

**UNIVERZITET U ISTOČNOM SARAJEVU
SAOBRAĆAJNI FAKULTET
DOBOJ**

**EKSPLOATACIJA I ODRŽAVANJE
VOZILA**

**ZBIRKA ZADATAKA IZ POUZDANOSTI TEHNIČKIH
SISTEMA**

**Dr Ranko Božićković
Milovan Popović, dipl. maš. ing.**

Doboj, januara 2009. god.

SADRŽAJ

PREDGOVOR, 4

Spisak oznaka, 11

1. OSNOVNI POJMOVI I RELACIJE, 13

- 1.1. Osnovni pojmovi i pokazatelji pouzdanosti elemenata, 14
- 1.2. Proracun pouzdanosti sistema, 31
 - 1.2.1. Formiranje strukturnog modela (blok-dijagrama) pouzdanosti, 31
 - 1.2.2. Proracun pouzdanosti neopravljivih sistema, 32
 - 1.2.2.1. Redna konfiguracija elemenata (nerezervirani sistemi, 32
 - 1.2.2.2. Paralelna konfiguracija elemenata, 33
 - 1.2.2.3. Kombinovana konfiguracija elemenata, 34
 - 1.2.2.3.1. Paralelno-redna konfiguracija, 34
 - 1.2.2.3.2. Redno-paralelna konfiguracija, 35
 - 1.2.2.4. Konfiguracija sa specifičnim vezama elemenata, 36
 - 1.2.2.4.1. Određivanje pouzdanosti na osnovu formule uslovne verovatnoće, 36
 - 1.2.2.4.2. Određivanje pouzdanosti na osnovu kombinacije stanja, 37
 - 1.2.2.5. Proracun pouzdanosti rezerviranih sistema, 37
 - 1.2.2.5.1. Pasivno rezerviranje s nepromenljivim opterećenjem i aktivno rezerviranje s opterećenim rezervnim elementima i apsolutno pouzdanim prekidacima (opšte, pojedinačno, "r od n"), 37
 - 1.2.2.5.2. Aktivno rezerviranje s neopterećenim rezervnim elementima i apsolutno pouzdanim prekidacima (elementi u pripravnosti), 38
 - 1.2.2.5.3. Aktivno rezerviranje s rasterećenim rezervnim elementima i apsolutno pouzdanim prekidacima, 39
 - 1.2.2.5.4. Aktivno rezerviranje s realno pouzdanim prekidacima (opšte, pojedinačno), 40
 - 1.2.2.5.5. Rezerviranje "1 za m", 40
 - 1.2.2.6. Sistemi sa elementima sa tri stanja, 41
 - 1.2.2.6.1. Određivanje optimalnog broja elemenata, 43
 - 1.2.2.6.2. Rezerviranje trostacionarnih elemenata, 43
 - 1.2.2.7. Opšti postupak proračuna pouzdanosti sistema sa elementima sa više stanja, 43
 - 1.2.3. Proracun pouzdanosti opravljivih sistema, 43
 - 1.2.4. Proracun pouzdanosti sistema metodom diferencijalnih jednačina (modeli Markova), 44

2. PRIMERI REŠENIH ZADATAKA I PROBLEMA, 47

- 2.1. Pokazatelji efektivnosti i pouzdanosti, 48
 - 2.1.1. Vremenska slika stanja i pokazatelji efektivnosti, 48
 - 2.1.2. Funkcija pouzdanosti, raspodele otkaza i intenziteta otkaza, 54
 - 2.1.3. Određivanje funkcije pouzdanosti i zakona raspodele otkaza na osnovu eksperimentalnih podataka, 73
 - 2.1.3.1. Funkcija pouzdanosti, gustine raspodele i intenziteta otkaza, 73
 - 2.1.3.2. Određivanje zakona raspodele papirom verovatnoće, 80
 - 2.1.4. Kombinovani zadaci, 88
- 2.2. Pouzdanost neopravljivih sistema, 107
 - 2.2.1. Redna konfiguracija elemenata (nerezervirani sistemi), 107
 - 2.2.2. Paralelna konfiguracija elemenata, 113
 - 2.2.3. Kombinovana konfiguracija elemenata, 115
 - 2.2.4. Specifične veze elemenata, 131
- 2.3. Rešavanje kompleksnih problema, 137

PREDGOVOR

Zbirka zadataka urađena je u skladu sa nastavnim planom i programom za predmet **Eksploatacija i održavanje vozila**, na Saobraćajnom fakultetu u Doboju

Zbirka se sastoji iz dve celine: (1) osnovni pojmovi i relacije iz teorije pouzdanosti i teorije održavanja i (2) primjera riješenih zadataka i problema. Obe celine imaju prvenstveni cilj da studente upute u osnovne pojmove savremene teorije pouzdanosti i teorije održavanja, neophodne za shvatanje uloge i značaja teorije pouzdanosti na tehničke sisteme.

Tehnička sredstva odnosno sistemi podložni su otkazivanju. To znači da je važno da se zna koliko dugo mogu da rade a da ne otkazu, i da se projektuju tako da što manje otkazuju, a ako i otkazu, da ih je moguće za što kraće vreme i što jednostavnije opraviti. U transportnim sistemima, pogotovo u izrazito tehničkim, kao što su sistemi prevoza roba i putnika, nedovoljna pouzdanost, neadekvatno i neefikasno održavanje mogu da imaju katastrofalne posledice po same tehničke sisteme i ljude. Upravo ova pitanja i problemi su predmet teorije pouzdanosti i teorije održavanja.

Teorija pouzdanosti doživela je brz razvoj zahvaljujući upravo problemima vezanim za tehničke sisteme. Međutim, pouzdanost je značajan pokazatelj efektivnosti i kvaliteta i proizvoda koji se koriste u druge svrhe. Posmatrano sa stanovišta uverenosti da će tehnički sistemi biti u stanju da ispravno rade potrebno vreme, njihova pouzdanost predstavlja značajan faktor gotovosti za obavljanje funkcije cilja. Pouzdanost je izuzetno važna, naročito kada su posredi tehnički elementi od čijeg ispravnog rada zavisi bezbednost života ljudi, ili čiji bi otkaz izazvao velike materijalne štete. Pored toga što nepouzdanost može da ima ozbiljne posledice po ličnu bezbednost, nepouzdanost ima za posledicu troškove, izgubljeno vreme i nepovoljne psihološke efekte na ljude.

Cilj teorije pouzdanosti je razrada metoda proračuna i obezbeđenja pouzdanosti. Teorija pouzdanosti izučava zakonitosti i procese nastajanja otkaza tehničkih sistema i njihovih sastavnih elemenata, te načine otklanjanja tih otkaza. Cilj teorije pouzdanosti nije da se intenzitet otkaza svede na nulu, već da se ustanovi uticaj otkaza pojedinih sastavnih delova na funkcionalnost uređaja ili sistema u celini ili po delovima, te preduzmu potrebne i pravovremene mere za obezbeđenje zahtevane pouzdanosti.

Pouzdanost nekog proizvoda zavisi od principa njegovog projektovanja i proizvodnje, broja, kvaliteta i funkcionalne povezanosti komponenta koje proizvod sadrži, kao i električnih, toplotnih i drugih uslova njihovog rada, uslova eksploatacije, itd.

Analiza pouzdanosti podrazumeva permanentno analiziranje otkaza tehničkih sistema i njihovih sastavnih delova, kao i svih faktora koji na određen način utiču na njihovu pojavu. Na pouzdanost utiče niz slučajnih faktora, zbog čega se teorija pouzdanosti zasniva na teoriji verovatnoće, matematičkoj statistici i drugim srodnim matematičkim disciplinama.

Na osnovu analize pouzdanosti mogu da se odrede kvantitativne karakteristike (pokazatelji) pouzdanosti koje predstavljaju meru zadovoljenja zahtevanih performansi elemenata sistema ili celog sistema, za date uslove u datom vremenu.

Nivo pouzdanosti ima direktan uticaj na održavanje sistema, posebno na troškove održavanja, ali i na troškove projektovanja i proizvodnje, zbog čega

se pouzdanosti mora poklanjati pažnja u svim fazama životnog ciklusa tehničkih sistema (u projektovanju, proizvodnji, eksploataciji). Ali, potreban nivo pouzdanosti i pogodnosti, odnosno lakoće održavanja, mora da se postigne još u fazama projektovanja. Razvijene zemlje poklanjaju izuzetnu pažnju pouzdanosti i pogodnosti održavanja, tako da postoje brojni standardi i preporuke koje moraju da zadovolje sastavni delovi i sistemi.

Da bi se obezbedili potrebni podaci za određivanje karakteristika pouzdanosti uređaja i sistema održavanja, neophodno je da postoji adekvatan informacioni sistem za prikupljanje i obradu podataka (sa dokumentima, tokovima dokumenata i programskom — softverskom podrškom), projektovan sa stanovišta teorije pouzdanosti i teorije održavanja.

Tehnički sistemi, kao što su vozila, po prirodi funkcionisanja (obavljanja namenjenih im zadataka), predstavljaju sisteme čovek — tehnika, u kojima sve veću ulogu ima i čovek. Zbog toga se u Eksploataciji i održavanju vozila, pored pouzdanosti tehničkih elemenata-sistema, razmatraju i pouzdanost čoveka kao elementa u sistemu i pouzdanost softvera koji se u tom sistemu koristi, odnosno obavlja određene funkcije, kao što je GPS tehnologija.

Značaj i pojam pouzdanosti

Poslednje dve decenije se sve češće i u svakodnevnom govoru čuje reč "pouzdanost". Tehnološki razvoj učinio je život komfornijim, ali i zavisnijim od raznih tehničkih uređaja i sistema. Prilikom kupovine nekog uređaja, pored ostalih pokazatelja kvaliteta i cene, kupca interesuje i koliko će taj uređaj raditi bez potrebe za opravkom, odnosno koliko je pouzdan. Pošto su sa opravkama u vezi troškovi opravki, odnosno održavanja, kupca interesuje i koliki je odnos nabavna cena i troškovi održavanja.

Značaj, cilj i zadaci pouzdanosti

Teorija pouzdanosti je počela svoj brzi razvoj od 50-tih godina 20-tog veka, potaknuta problemima vezanim za vojne uređaje. Pouzdanost je značajan pokazatelj efektivnosti i (upotrebnog) kvaliteta i uređaja i sistema, odnosno proizvoda. Posmatrano sa stanovišta uverenosti da će tehnički sistemi biti u stanju da ispravno rade potrebno vreme, pouzdanost tehničkih sistema (TS) predstavlja značajan faktor gotovosti za rad. Pouzdanost je od izuzetne važnosti kod tehničkih sistema pogotovo kada su posredi sistemi od čijeg ispravnog rada zavisi bezbednost života ljudi, ili čiji otkaz može da izazove velike materijalne štete, kao na primer kod vazduhoplova. Pored toga što nepouzdanost ili nerazmatranje pouzdanosti može da ima ozbiljne posledice po ličnu (niska gotovost za rad), nepouzdanost ima za posledicu troškove (nabavke i zamene otkazalog dela itd.), izgubljeno vreme i nepovoljne psihološke efekte. Razmatranje pouzdanosti omogućuje ekonomičniji utrošak materijala, vremena i novca.

Pouzdaniji uređaj je skuplji, ali je njegovo održavanje jeftinije i gubici zbog zastoja u njegovom radu su manji.

Cilj teorije pouzdanosti je razrada metoda proračuna i obezbeđenja pouzdanosti. Teorija pouzdanosti je osnovna naučna disciplina obezbeđenja pouzdanosti tehničkih sistema. Izučava procese nastajanja otkaza i načine borbe sa njima. Cilj teorije pouzdanosti nije da se intenzitet otkaza svede na nulu, već da se ustanovi uticaj otkaza pojedinih sastavnih delova na

funkcionalnost uređaja ili sistema u celini ili po delovima, te preduzmu mere na obezbeđenju zahtevane pouzdanosti.

Zadaci teorije pouzdanosti su:

- definisanje kvantitativnih pokazatelja pouzdanosti,
- razvoj metoda analitičkog određivanja (ocene) pouzdanosti,
- razvoj metoda određivanja pouzdanosti na osnovu rezultata ispitivanja i eksploatacije i
- optimizacija pouzdanosti u fazama projektovanja i eksploatacije.

Obezbeđivanju potrebne pouzdanosti mora da se poklanja pažnja u svim fazama životnog ciklusa tehničkog sistema (u projektovanju, proizvodnji, eksploataciji). Razvijene zemlje poklanjaju izuzetnu pažnju pouzdanosti, tako da postoje brojni standardi i preporuke koje moraju da zadovolje sastavni delovi i sistemi, posebno za transportne sisteme.

Procesi promene parametara tehničkih sistema, trenuci njihovog otkaza, promena uslova eksploatacije i vreme potrebno za otklanjanje otkaza su slučajnog karaktera. Zato, osnovni matematički aparat teorije pouzdanosti su **teorija verovatnoće i matematička statistika**.

Ima mnogo primera značaja pouzdanosti i u svakodnevnom životu.

Definicija pouzdanosti

U literaturi se mogu sresti definicije pouzdanosti koje su **kvalitativnog i kvantitativnog karaktera**. Jedna od definicija kvalitativnog karaktera je sledeća:

Pouzdanost je fizička osobina nekog proizvoda da ispunjava zadate funkcije u toku zahtevanog vremena u predviđenim (definisanim) uslovima eksploatacije. Međutim, pri proračunu, analizi i poređenju proizvoda sa stanovišta pouzdanosti neophodna je kvantitativna ocena pouzdanosti.

Jedna od često korišćenih **kvantitativnih** definicija pouzdanosti je: Pouzdanost je verovatnoća da će neki proizvod izvršavati zahtevane funkcije u određenom periodu vremena uz definisane radne uslove.

Postoje i detaljnije definicije pouzdanosti, na primer:

Pouzdanost je verovatnoća, na određenom nivou poverenja, da će sistem uspešno obaviti funkciju za koju je namenjen, bez otkaza i unutar specificiranih granica performansi, uzimajući u obzir prethodno vreme korišćenja sistema, u toku specificiranog vremena trajanja zadatka, kada se koristi na propisani način i u svrhu za koju je namenjen pod specificiranim nivoima opterećenja.

Kvantitativna veličina kojom se izražava pouzdanost je *verovatnoća*, a to je broj između 0 i 1 ili 0 i 100%. Pouzdanost izražena verovatnoćom, može da se predstavi kao odnos između broja uspešno izvršenih zadataka sistema $m(t)$ do trenutka t (ili broja ispravnih sistema u trenutku t), prema ukupnom broju zadataka (ili ukupnom broju posmatranih sistema) N na početku posmatranja, tj. u trenutku $t=0$:

$$R^*(t) = \frac{m(t)}{N},$$

gde su:

t — vreme trajanja zadatka (tekuće vreme) i

$R^* = (t)$ — procena pouzdanosti.

Zbog nepodudaranja proračunate pouzdanosti sa stvarnom pouzdanošću, uvodi se pojam *nivo poverenja*, koji takođe predstavlja verovatnoću da neki parametar, odnosno (ovde) dobijeni podatak za pouzdanost, bude unutar datih granica.

Bez obzira na to da li je definicija pouzdanosti manje ili više detaljna, bitni elementi svake definicije pouzdanosti su: (1) *vreme* (trajanja zadatka — engl. mission, korišćenja sistema), tj. pouzdanost je zavisna od vremena, i (2) *definisaniradni uslovi* (*uslovi* eksploatacije, tj. uslovi u kojima treba da radi sistem, odnosno specificirani nivoi opterećenja).

Sistem se proračunava za rad u određenoj sredini (za radne uslove). Sistemu se zadaju tehnički zahtevi s obzirom, na radne uslove, kao na primer: nivoi električnih opterećenja, temperatura, vlažnost, vibracije, udari itd. To znači da isti sistem sa istom namenom u različitim radnim uslovima ima, u principu, različitu pouzdanost.

Vreme je izuzetno važno za pouzdanost. Sa produžetkom vremena trajanja zadatka pouzdanost se smanjuje. U opštem slučaju, pouzdanost zavisi i od prethodnog vremena korišćenja sistema, što će biti matematički definisano u trećem poglavlju.

Prema tome, pouzdanost je osobina proizvoda da *očuva u toku vremena*, u predviđenim (propisanim) granicama, sve parametre koji karakterišu sposobnost proizvoda da ispunjava zadate funkcije u zadatim režimima i uslovima eksploatacije. Po nekim autorima, to je složena osobina koja se definiše sa više parametara.

U praksi se često, pored pojma pouzdanost, sreće i pojam bezbednost. Bezbednost podrazumeva čuvanje ljudskih života i njegovih efekta i razmatra moguće tipove, razloge i efekte rada i otkaza sistema koji utiču na ličnu bezbednost osoblja koje koristi ili održava sisteme.

Često se i bezbednost prikazuje kao verovatnoća da se neće dogoditi otkaz sistema koji dovodi do ugrožavanja života ljudi. Kako se u okviru pouzdanosti analiziraju svi otkazi i efekti otkaza te određuje verovatnoća otkaza, to znači da pouzdanost šire i sveobuhvatno razmatra problematiku otkaza, a bezbednost uže i samo u vezi sa otkazima koji utiču na sigurnost ljudi.

Pojam elementa i sistema

U teoriji pouzdanosti, radi pogodnijeg rešavanja problema, uvode se pojmovi sistem i element.

Pod pojmom sistem, u smislu pouzdanosti, podrazumeva se skup elemenata, koji su povezani međusobnim funkcionalnim vezama djeluju kao celina, namenjen za obavljanje određenog funkcionalnog i korisnog zadatka, a čija se pouzdanost određuje.

Pod pojmom *tehnički sistem* podrazumevaće se i organizovan skup elemenata, objedinjen zajedničkom funkcijom cilja. To je samo drugačije formulisana već navedena definicija sistema, koja važi za bilo koji sistem

odnosno, skup elemenata koji čine celinu.

Pod pojmom *element* podrazumeva se bilo koji sastavni deo sistema, tj. delovi na koje se sistem, u svrhu analize, razlaže. To, zavisno od slučaja, mogu da budu sklop, podsklop, reduktor, transmisioni uređaj, kondenzator, otpornik, predajnik, prijemnik, itd., zavisno od toga šta se posmatra kao sistem, odnosno od nivoa razlaganja. Obično, element nije namenjen za samostalno obavljanje zadatka, ali treba da ima sposobnost obavljanja određene funkcije u sistemu. Umesto pojma element, koristiće se i pojam sastavni deo (SD) ili komponenta.

SPISAK najčešće korištenih OZNAKA

t	- vreme rada elementa, sistema; tekuće vreme
$R^*(t)$	- statistička vrednost (procena) pouzdanosti
$Q^*(t)$	- statistička vrednost (procena) nepouzdanosti
$f^*(t)$	- statistička vrednost (procena) frekvencije otkaza
$\lambda^*(t)$	- statistička vrednost (procena) intenziteta otkaza
T	- slučajna promenljiva veličina vremena do pojave otkaza sistema
$R(t)$	- pouzdanost, funkcija pouzdanosti
$Q(t)$	- nepouzdanost, funkcija nepouzdanosti
$F(t)$	- funkcija raspodele otkaza
$f(t)$	- funkcija gustine otkaza, funkcija gustine vremena do pojave otkaza
$\lambda(t)$	- funkcija intenziteta otkaza
MTBF	- srednje vreme između otkaza
MTTF	- srednje vreme do otkaza
λ	- parametar eksponencijalne raspodele; intenzitet otkaza
μ	- parametar normalne raspodele; srednja vrednost
σ	- parametar normalne raspodele; standardna devijacija
β	- parametar oblika Vejbulove raspodele i gama raspodele
η	- parametar razmere Vejbulove raspodele i gama raspodele
γ	- parametar položaja Vejbulove raspodele
α	- parametar Poasonove raspodele
R_s	- pouzdanost sistema
Q_s	- nepouzdanost sistema
λ_s	- intenzitet otkaza sistema
T_0	- srednje vreme rada do otkaza sistema
T_{Sr}	- srednje vreme rada između otkaza sistema

1.

OSNOVNI POJMOVI I RELACIJE

1.1. OSNOVNI POJMOVI I POKAZATELJI POUZDANOSTI ELEMENATA

U ovom poglavlju bi}e ukratko definisani osnovni pojmovi i navedene relacije koje se naj-e{}e susre}u u teoriji pouzdanosti tehni-kih sistema, ~ije je poznavanje neophodno za uspe{no re{avanje zadataka i problema u ovoj zbirci zadataka.

POUZDANOST (eng. RELIABILITY)

Pouzdanost je sposobnost da se o-uvaju parametri koji karakteri{u sposobnost ispunjavanja zadate funkcije odnosno o-uva kvalitet u predvi|enim uslovima eksploatacije za odre|eno vreme.

Bitni faktori u definiciji: su "vreme" (pouzdanost je vremenski zavisna) i "odre|eni uslovi" u kojima treba da radi sistem (sistem se prora~unava za rad u odre|enoj sredini: temperatura, vla`nost, vibracije, udari, itd.) i koji se zadaju tehni-kim zahtevima za sistem.

Pojam pouzdanosti se ~esto izjedna~ava sa pojmom verovatno}e rada bez otkaza.

SISTEM (eng. SYSTEM)

Pod pojmom sistem podrazumeva se funkcionalna celina, ~ija se pouzdanost utvr|uje. To mo`e biti radarski ure|aj (sistem), raketni sistem, sistem za navo|enje, avion, vozilo, ali mo`e biti i deo tih ure|aja (sistema); na primer, predajnik, prijemnik, pokaziva~ itd.

ELEMENT SISTEMA - KOMPONENTA (eng. SYSTEM COMPONENT)

Element sistema je bilo koji sastavni deo sistema, na koji sistem mo`e biti razlo`en. Zavisno od slu~aja (od toga {ta se posmatra kao sistem), to mo`e biti sklop, podsklop, kondenzator, otpornik itd., odnosno svaki deo sistema ~ija se pouzdanost izra`ava nezavisno od pouzdanosti njegovih sastavnih delova.

KVALITET (eng. QUALITY)

Kvalitet defini}e sveukupnost svojstva, kojim se odre|uje stepen pogodnosti za kori{}enje u skladu sa namenom. Pouzdanost je jedan od pokazatelja kvaliteta.

OTKAZ (eng. FAILURE)

Otkaz je potpuna ili delimi-na izmena osobina, odnosno gubitak svojstva koji sni`ava ili dovodi do potpunog gubitka sposobnosti za rad. Zavisno od namene sistema mora se precizirati {ta se smatra otkazom.

IZNENADNI (NEO^EKIVANI) OTKAZ (eng. CATASTROPHIC FAILURE, RANDOM FAILURE, SUDDEN FAILURE)

Neo-ekivani otkaz je otkaz koji je nastao kao rezultat nagle izmene jedne ili vi{e karakteristika sistema. Te izmene su uglavnom izazvane skrivenim defektima materijala i delova.

POTPUN OTKAZ (eng. TOTALY FAILURE, COMPLETE FAILURE, BLACKOUT)

Potpun otkaz je otkaz posle ~ijeg se nastupanja ne mo`e koristiti sistem do opravke. Mnogi prosti delovi ne mogu se opraviti posle potpunog otkaza.

DElimi^AN OTKAZ (eng. PARTIAL FAILURE)

Delimi-an otkaz je otkaz posle ~ijeg nastupanja postoji mogu}nost delimi-nog kori{}enja sistema. Predstavlja pogor{anje neke od karakteristika sistema.

POSTEPENI OTKAZ (eng. DEGRADATION, DETERIORATION, GRADUAL FAILURE)

Postepeni otkaz nastaje kao rezultat postepene izmene veličine jedne ili više karakteristika sistema. Za razliku od iznenadnog otkaza postepeni otkaz se može predvideti.

NEZAVISAN OTKAZ (eng. INDEPENDENT, PRIMARY, FAILURE)

Nezavisan otkaz je otkaz nastao bez uticaja nekog drugog otkaza.

ZAVISAN OTKAZ (eng. DEPENDENT, SECONDARY, FAILURE)

Zavisan otkaz je otkaz koji je nastao pod uticajem drugog otkaza.

PRIVREMENI (PROLAZNI) OTKAZ (eng. SHORT DURATION FAILURE)

Prolazni otkaz je jednostruki otkaz koji se sam od sebe otklanja i nije je trajanje malo u poređenju sa trajanjem do sledećeg otkaza.

POVRATNI OTKAZ (eng. INTERMITTENT FAILURE)

Povratni otkaz čini niz prolaznih otkaza, koji brzo slede jedan drugog.

KONSTRUKCIONI OTKAZ (eng. DESIGN ERROR FAILURE)

Konstrukcioni otkaz je uslovljen greškom konstruktora ili nesavršenošću primenjenog metoda konstrukcije.

TEHNOLOŠKI OTKAZ (eng. TECHNOLOGY FAILURE)

Tehnološki otkaz je uslovljen narušavanjem primenjenog tehnološkog procesa ili nesavršenošću tog procesa.

EKSPLOATACIONI OTKAZ (eng. OPERATIONAL FAILURE)

Eksploatacioni otkaz je uslovljen narušavanjem pravila eksploatacije ili spoljnim uticajima koji nisu predviđeni za uslove eksploatacije.

OTKAZ U PERIODU (TRENAVNE) UHODAVANJA - RANI OTKAZ (eng. EARLY FAILURE)

Otkaz koji nastaje u početnom periodu rada (periodu uhodavanja, trenavne) i uslovljava naglo smanjenje intenziteta otkaza. Za većinu, relativno jednostavnih, elektronskih uređaja period uhodavanja iznosi nekoliko desetina sati.

OTKAZ USLED DOTRAJALOSTI I STARENJA (eng. WEAROUT FAILURE)

Otkaz koji nastaje zbog procesa starenja i dotrajlosti sistema i uslovljava stalni porast intenziteta otkaza.

TOK (POTOK) OTKAZA

Niz otkaza koji nastaju jedan za drugim u slučajnim trenucima vremena, predstavlja tok otkaza. To je osnovni pojam pri razmatranju pouzdanosti sistema koji se opravljaju.

NEISPRAVNOST (eng. DEFECT TROUBLE)

Neispravnost je stanje sistema pri kome on u datom momentu ne ispunjava makar jedan od zahteva kojima su uslovljeni parametri sistema.

ISPRAVNOST (eng. CORRECTNESS)

Ispravnost je stanje sistema pri kome on u datom momentu zadovoljava sve zahteve kojima su uslovljeni (bilo osnovni, bilo drugostepeni) parametri sistema.

FUNKCIJA GUSTINE RASPODELE OTKAZA $f(t)$

(eng. FAILURE DENSITY FUNCTION, FAILURE FREQUENCY)

Funkcija gustine otkaza definiše se relacijom

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt}$$

Sa funkcijom pouzdanosti funkcija gustine povezana je relacijom:

$$f(t) = -\frac{dR(t)}{dt}$$

U teoriji verovatnoće važi da je

$$\int_0^{\infty} f(t) dt = 1$$

Verovatnoća rada bez otkaza ili funkcija pouzdanosti dobija se, kada je poznata funkcija raspodele, odnosno gustine raspodele otkaza, relacijom:

$$R(t) = 1 - F(t) = 1 - \int_0^t f(t) dt$$

Statistička vrednost uestanosti otkaza ocenjuje se relacijom

$$f^*(t) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t}$$

gde su:

Δt - vremenski interval od t do $t + \Delta t$, u toku kojeg je otkazalo $\Delta n(t)$ elemenata,

$\Delta n(t)$ - broj elemenata koji su otkazali u vremenskom intervalu od t do $t + \Delta t$.

Uestanost otkaza $f(t)$ je gustina verovatnoće rada sistema do otkaza. Određuje se u uslovima kada su svi ispitivani elementi jednotipski i kad se ispituju u istom režimu: u slučaju nastajanja otkaza ne zamenjuju se.

Grafiki se prikazivanje vrednosti može vršiti na sredini ili na kraju intervala, što ne utiče na karakter krive. Najčešće se prikazuje u obliku histograma.

Važi da pri $\Delta t \rightarrow 0$:

$$f(t) = -\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R(t + \Delta t) - R(t)}{\Delta t} = -R'(t)$$

Znak minus ukazuje na opadanje brzine verovatnoće rada bez otkaza sa vremenom.

**VEROVATNO]A RADA BEZ OTKAZA - VEROVATNO]A ISPRAVNOG RADA,
FUNKCIJA POUZDANOSTI (eng. PROBABILITY OF SURVIVAL)**

Funkcija pouzdanosti se definiše kao verovatno]a da }e slu~ajno vreme rada T sistema (elementa, u datim uslovima) bez otkaza, odnosno do otkaza, biti ve]e od posmatranog vremena t

$$R(t) = P\{T > t\}$$

Funkcija pouzdanosti ima slede]e osnovne osobine:

1. $R(0) = 1$ (tj. mo]e se razmatrati samo pouzdanost onih elemenata koji su bili ispravni u trenutku po~etka rada);
2. $R(t)$ predstavlja monotonu opadaju]u funkciju (slika 1.) zadatog vremena rada t ;
3. $R(t) \rightarrow 0$ pri $t \rightarrow \infty$ (tj. bilo koji element vremenom otkazuje).

Statisti~ka vrednost $R(t)$ ocenjuje se kao odnos broja jednotipskih primeraka (elemenata) koji posle vremena t rade bez otkaza prema ukupnom broju n primeraka, koji su ispravni u momentu vremena $t = 0$.

$$R^*(t) = \frac{N - n(t)}{N} = 1 - \frac{n(t)}{N}$$

gde su:

- $n(t)$ - broj elemenata (sistema, ure|aja, primeraka) koji su otkazali u toku vremena t , odnosno u vremenu $0 \div t$,
- N - ukupan broj elemenata (sistema, ure|aja, primeraka) koji se posmatra (ispituje),
- $*$ - ozna~ava statisti~ku vrednost ocenjenog parametra.

**VEROVATNO]A OTKAZA - FUNKCIJA NEPOUZDANOSTI
(eng. PROBABILITY OF FAILURE)**

Suprotno verovatno]i rada bez otkaza, verovatno]a da }e sistem (element) otkazati za vreme t je

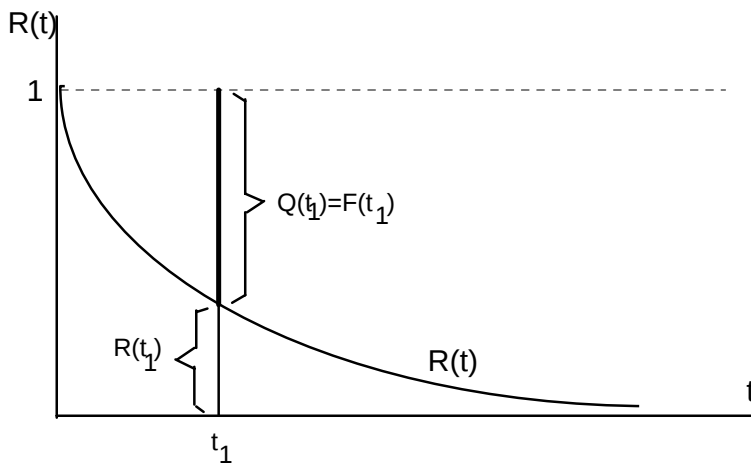
$$Q(t) = F(t) = P\{T \leq t\}$$

naziva se funkcijom nepouzdanosti. Statisti~ki se odre|uje relacijom

$$Q^*(t) = F^*(t) = \frac{n(t)}{N} = 1 - R^*(t)$$

Kada sistem, odnosno elementi mogu da se nalaze samo u dva me|usobno isklju~iva stanja (ispravno i otkaz), va`i da je (kao {to se vidi sa slike 1):

$$R^*(t) + Q^*(t) = 1$$



Slika 1. Primer funkcije pouzdanosti

INTENZITET OTKAZA $\lambda(t)$ (eng. FAILURE RATE, HAZARD RATE)

Intenzitet otkaza definiše se kao uslovna gustina verovatnoće otkaza u intervalu $(t, t+dt)$ pri uslovu da sistem (element) nije otkazao do momenta t

$$\lambda(t)dt = \frac{F(t+dt) - F(t)}{R(t)}$$

odnosno

$$\lambda(t) = -\frac{dR(t)}{dt} = \frac{f(t)}{R(t)}$$

Očigledno je da je $\lambda(t) \geq f(t)$, a pri $R(t) = 1$, $\lambda(t) = f(t)$.

Statistička ocena intenziteta otkaza $\lambda(t)$ određuje se relacijom

$$\hat{\lambda}^*(t) = \frac{\Delta n(t)}{[N - n(t)] \cdot \Delta t}$$

ili

$$\hat{\lambda}^*(t) = \frac{\Delta n(t)}{m_{sr} \cdot \Delta t}$$

gde su:

- N - ukupan broj posmatranih elemenata,
- $n(t)$ - ukupan broj otkazalih elemenata do trenutka t , odnosno do početka intervala Δt , pri čemu je $\Delta t = t_i - t_{i-1}$,
- m_{sr} - srednji broj ispravnih elemenata do trenutka t , odnosno u intervalu Δt

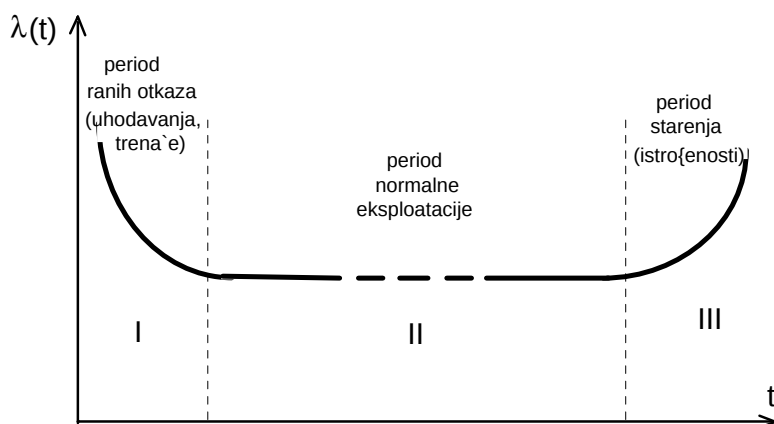
$$m_{sr} = \frac{m(t - \Delta t) + m(t)}{2}$$

gde su:

- $m(t)$ - ispravan broj elemenata do trenutka t , odnosno na kraju intervala Δt ,
- $m(t - \Delta t)$ - ispravan broj elemenata na početku intervala Δt odnosno do trenutka $t - \Delta t$.

Kod nekih autora je interval Δt određen sa $\Delta t = t_{j+1} - t_j$. Tako je se kod nekih autora $n(t)$ računa za period od nule do kraja posmatranog intervala. Razlike u dobijenim krivama su zanemarljive, a karakter krivih ostaje isti, osim u poslednjem intervalu, gde, u slučaju kada se $n(t)$ računa za kraj intervala, prema prvoj relaciji, $\lambda(t) \rightarrow \infty$.

Kriva koja prikazuje intenzitet otkaza, u zavisnosti od vremena za elektronske elemente, na- elno, ima oblik kao na slici 2.



Slika 2. Primer funkcije intenziteta otkaza

Prvi period, period ranih otkaza ili period uhodavanja, traje, obično, 50 do 100 časova, zavisno od vrste uređaja. U tom periodu otkazuje relativno veliki broj sastavnih delova, pri čemu su to oni koji su najnepouzdaniji, tj. oni u kojima postoje skriveni defekti nastali u procesu proizvodnje sastavnih delova. Osim toga, manifestuju se i greške nastale pri sastavljanju i montiranju uređaja. Poželjno je da se period ranih otkaza završi u fabrici - kod proizvođača.

Drugi period je period normalnog rada ili eksploatacije ili otkaza, a karakteriše ga najmanji i približno konstantni intenzitet otkaza. To je i najduži period u kome je proces uhodavanja završen, a trošenje i starenje još nisu nastupili. Zadatak konstruktora, proizvođača i lica koja vrše eksploataciju je da što više produče, upravo, period normalnog rada. Otkazi u ovom periodu nastaju ili zbog nepredviđenih pojava u okviru samih sastavnih delova ili zbog nepredviđenih spoljnih uticaja.

Treći period predstavlja period otkaza usled starenja i istrošenosti. Čak i pri veoma brižljivom projektovanju, proizvodnji i eksploataciji, nastupa period kada se otkazi događaju sve češće zbog ispoljavanja neizbežnih procesa trošenja i starenja sastavnih delova.

Za drugi period verovatnoća rada bez otkaza određuje se poznatom eksponencijalnom funkcijom

$$R(t) = e^{-\lambda t}$$

gde su:

λ - konstanta, intenzitet neočekivanog otkaza,
 t - vreme.

Napisani izraz važi samo za period normalne eksploatacije, tj. samo kada se intenzitet otkaza λ smatra konstantnom veličinom.

Kriva intenziteta otkaza, dobijena na osnovu eksperimentalnih podataka, obično se crta u obliku histograma, a intenzitet otkaza se određuje za intervale vremena. Broj intervala se može odrediti na osnovu sledeće relacije (zaokružuje se na ceo broj):

$$k = 1 + 3 \cdot \log n$$

ili

$$k = 5 \cdot \log n$$

gde je:

n - broj posmatranih elemenata ili broj otkaza.

SREDNJE VREME DO OTKAZA (eng. MEAN TIME TO FAILURE - MTTF)

Srednje vreme do otkaza (MTTF) definiše se kao matematičko očekivanje slučajnog vremena rada do prvog otkaza:

$$T_0 = M[T] = \int_0^{\infty} t f(t) dt = - \int_0^{\infty} t R'(t) dt = -tR(t) \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} R(t) dt$$

Nakon rešavanja navedenog integrala, za srednje vreme rada do otkaza dobija se

$$T_0 = \int_0^{\infty} R(t) dt$$

Srednje vreme do otkaza T_0 jednako je površini koja je ograničena krivom $R(t)$ i apscisnom osom. U slučaju eksponencijalnog zakona pouzdanosti srednje vreme do otkaza je:

$$T_0 = \frac{1}{\lambda}, \text{ odnosno važi } R(t) = e^{-\frac{t}{T_0}}$$

Statističko srednje vreme rada do otkaza za grupu primeraka (kada je broj otkaza jednak broju ispitivanih primeraka, tj. $n = N$) istog tipa definiše se kao:

$$\hat{T}_0 = \frac{1}{N} (T_1 + T_2 + \dots + T_i + \dots + T_N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T_i$$

gde je:

T_i - vreme rada do otkaza i -tog primerka.

U praksi se (sa manjom tačnošću) određuje srednje vreme rada do otkaza relacijom:

$$\hat{T}_0 = \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n T_i + (N - n) T_n \right]$$

gde su:

n - broj otkaza,

N - broj ispitivanih primeraka,

T_n - vreme otkaza do n -tog otkaza ($T_1 < T_2 < T_3 < \dots < T_i < \dots < T_n$)

SREDNJE VREME IZMEĀ U OTKAZA

(eng. MEAN TIME BETWEEN FAILURES - MTBF)

Srednje vreme izmeĀ u otkaza (MTBF) defini{e se kao matematiĀko o{ekivanje sluĀajnog vremena rada izmeĀ u otkaza. U sluĀaju jednog primerka ureĀaja (koji se zamenjuje ili opravĀlja posle otkaza)

$$\hat{T}_{sr} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i$$

gde su:

n - ukupan broj otkaza ureĀaja u toku posmatranog perioda eksploatacije,
T_i - vreme rada bez otkaza izmeĀ u (i-1)-og i i-tog otkaza.

Za N primeraka:

$$\hat{T}_{sr} = \frac{\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^n T_{ij}}{\sum_{j=1}^N n_j}$$

gde su:

T_{ij} - vreme rada bez otkaza izmeĀ u (i-1)-og i i-tog otkaza, j-og primerka ureĀaja,
n - broj otkaza j-og primerka.

Ako u toku ispitivanja neki uzorci ne otkaĀu ni jedanput onda je :

$$\hat{T}_{sr} = \frac{\sum_{i=1}^n T_i + \sum_{j=1}^s T_j}{n}$$

gde su:

T_i - vreme do i-tog otkaza ili izmeĀ u (i-1)-tog i i-tog otkaza,
s - srednji broj primeraka koji nisu otkazali ni jedanput,
n - ukupan broj otkaza za sve primerke ureĀaja.

Za eksponencijalnu raspodelu vremena rada do otkaza srednje vreme rada do otkaza (MTTF) jednako je srednjem vremenu rada izmeĀ u otkaza (MTBF).

OKOLNA SREDINA - OKOLNI USLOVI (eng. ENVIRONMENTAL CONDITION)

Okolna sredina je skup svih prirodnih uslova u kojima sistem (element) radi ili se skladi{ti. Na elektronske ureĀaje najvi{e utiĀe temperatura. Sa stanovi{ta rada sistema, odnosno elemenata najnepogodniji je kombinovan uticaj vi{e faktora (temperatura, vlaĀnost, vibracije). Razni delovi istog sistema mogu se nalaziti u razliĀitim okolnim uslovima.

OPTEREĀENJE (eng. STRESS)

OptereĀenje moĀe biti mehaniĀko i elektriĀno. Skup svih optereĀenja naziva se radno (funkcionalno) optereĀenje. Stepem uticaja radnog optereĀenja i okolne sredine odreĀuje re{im rada elementa.

DOTRAJALOST SISTEMA (eng. SYSTEM WEAROUT)

Dotrajalost sistema je proces postepene izmene karakteristika, izazvan dejstvom mehaniĀkih, elektriĀnih, toplotnih i drugih optereĀenja, zavisno od re{ima eksploatacije.

STARENJE SISTEMA (eng. SYSTEM DETERIORATION)

Starenje sistema je proces postepene i neprekidne izmene karakteristika sistema, izazvan uticajem starenja materijala i drugim procesima koji ne zavise od re`ima rada.

DUGOVE`NOST (eng. LIFE UTILITY)

Dugove`nost je svojstvo sistema da odr`ava sposobnost za rad u toku eksploatacije do grani-nog stanja. Grani-no stanje nastupa kada obi`ne opravke ne obezbe|uju zahtevani tehni-ki nivo.

TEHNI^KI RESURS

Tehni-ki resurs je vreme rada bez otkaza sistema, do grani-nog stanja, koje je odre|eno u tehni-koj dokumentaciji.

NEOPRAVLJIVI SISTEMI

Neopravljivi sistemi su sistemi koji posle otkaza postaju neupotrebljivi za dalje kori{}enje (sistemi koji rade do prvog otkaza).

OPRAVLJIVI SISTEMI

Opravljivi sistemi su sistemi koji se posle nastajanja otkaza oppravljaju i nastavljaju rad. Takvi sistemi su i aktivno rezervirani sistemi.

POGODNOST ZA REMONT (eng. MAINTABILITY)

Pogodnost za remont je svojstvo sistema za spre`avanje, pronala`enje i otklanjanje otkaza i neispravnosti.

VREME ZASTOJA (eng. DOWN TIME)

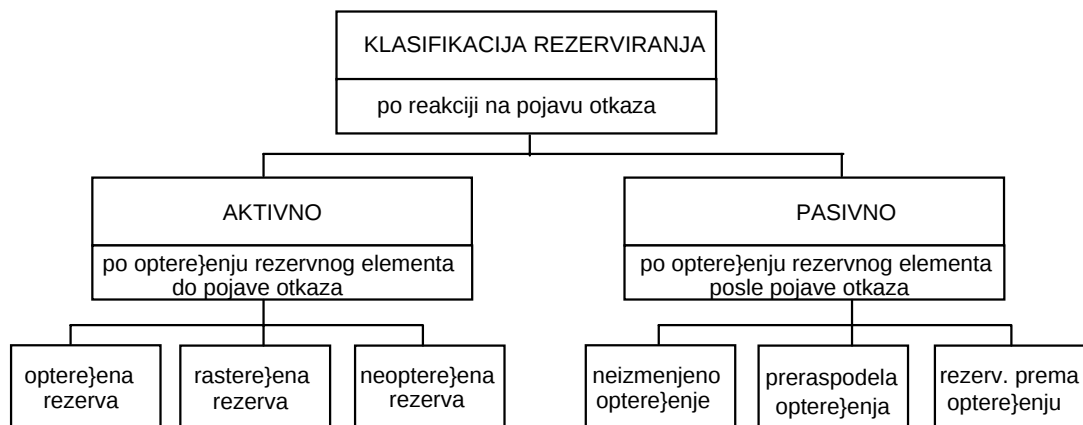
Vreme zastoja je vreme u kome je sistem neispravan (neoperativan). Vreme zastoja se naziva i vreme u otkazu.

REZERVIRANJE - REDUNDOVANJE (eng. REDUNDANCY)

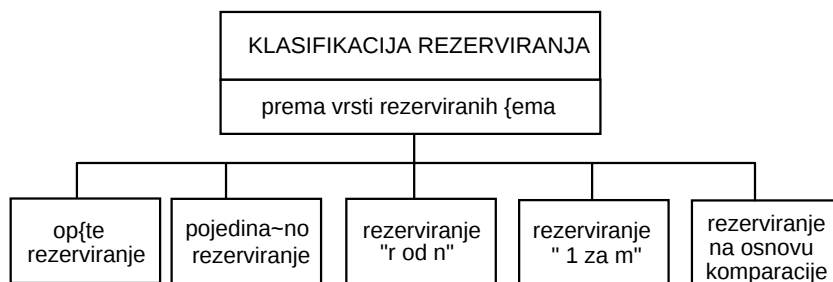
Rezerviranje predstavlja uvo|enje dopunskih elemenata ili `itavih sistema za obavljanje iste funkcije, odnosno radi pove}anja pouzdanosti. Prema reakciji na pojavu otkaza, mo`e biti pasivno i aktivno (slika 3.). S obzirom na vrstu rezerviranih {ema, mo`e biti op{te (rezerviranje sistema u celini), pojedina`no (rezerviranje elemenata zasebno), rezerviranje po modelu "r odn", rezerviranje po modelu "1 za m" itd. (slika 4.).

AKTIVNO REZERVIRANJE (eng. ACTIVE REDUNDANCY)

Kod aktivnog rezerviranja osnovni element koji je otkazao zamenjuje se alternativnim (rezervnim) elementom, tj. sistem aktivno reaguje na otkaz. Zamena se vr{i ru`no ili automatski. Rezervni element mo`e da se nalazi u optere}enom re`imu rada (osnovni i rezervni element rade u istim uslovima), rastere}enom (rezervni element je u olak{anim uslovima rada i uklju`uje se u rad po otkazu osnovnog), ili neoptere}enom (rezervni element nije optere}en i uklju`uje se u rad posle otkaza osnovnog). Prekid u radu sistema javlja se od trenutka nastanka otkaza do trenutka uklju`enja rezervnog elementa.



Slika 3. Vrste rezerviranja po reakciji na pojavu otkaza



Slika 4. Rezerviranje prema vrsti rezerviranih {ema

PASIVNO (STALNO) REZERVIRANJE

(eng. **STANDBY REDUNDANCY, PASSIVE REDUNDANCY**)

Kod pasivnog rezerviranja otkaz jednog ili više elemenata ne dovodi do otkaza sistema. Osnovni i rezervni elementi su stalno vezani u sistem i ne dolazi do zamene osnovnog elementa rezervnim, kao kod aktivnog rezerviranja. Pri otkazu opterećenje preostalih elemenata može ostati neizmenjeno, može dolaziti do preraspodele opterećenja (povećava se opterećenje preostalih elemenata) ili se rezerviranje može vršiti prema opterećenju (pri otkazu jednog elementa nekoliko ostalih elemenata prima opterećenje otkazalog). Koristi se kod sistema gde nije dozvoljen prekid u radu zbog otkaza.

BLOK POUZDANOSTI (eng. **RELIABILITY BLOCK**)

Blok pouzdanosti je najniži nivo modela (blok-dijagrama) pouzdanosti koji se može razmatrati. U modelu pouzdanosti ima ulogu pojma element.

SKLOP (eng. **ASSEMBLY**)

Sklop je bilo koji deo koji ima zamenjive podskopove, grupe delova ili diskretne delove, ili bilo koju kombinaciju navedenih delova.

DEO (SASTAVNI DEO) (eng. PART)

Deo je op{ti pojam koji pokriva sekcije, sklopove, grupe ili bilo koju njihovu kombinaciju. U modelu pouzdanosti ima ulogu pojma element.

MODEL POUZDANOSTI (eng. RELIABILITY MODEL)

Model pouzdanosti je grafi-ki ili matemati-ki na-in prikazivanja sistema radi odre|ivanja numeri-kih vrednosti pouzdanosti za sistem. Naj-e{}i grafi-ki na-ini prikazivanja su strukturni model pouzdanosti (blok-dijagram pouzdanosti, konfiguracija elemenata pouzdanosti) i dijagram stanja (model Markova).

MATEMATI^KI MODEL (eng. MATHEMATICAL MODEL)

Matemati-ki model predstavlja skup jedna-ina koje potpuno opisuju ili aproksimiraju (u matemati-kom obliku) pona{anje celog sistema ili nekog njegovog dela.

KONFIGURACIJA (eng. CONFIGURATION)

Konfiguracija je relativni raspored i pozicija delova (elemenata) u strukturi modela sistema.

NIVO POVERENJA - VERODOSTOJNOSTI, SIGURNOSTI (eng. CONFIDENCE LEVEL)

Nivo (koeficijent) poverenja predstavlja verovatno}u da se tra`ena veli-ina nalazi u okviru datih granica (intervalu), ili iznad gornje granice ili ispod donje granice. To je verovatno}a koja povezuje stvarnu vrednost parametra i njegovu ocenu.

INTERVAL POVERENJA - VERODOSTOJNOSTI, SIGURNOSTI (eng. CONFIDENCE INTERVAL)

Interval poverenja predstavlja interval u kome se, sa verovatno}om jednakom nivou poverenja, nalazi stvarna vrednost ocene parametra. Nivo i interval poverenja se uvode zbog toga {to se statisti-ke ocene pribli`avaju stvarnim vrednostima sa pove}anjem obima uzoraka (tek za beskona-no veliki broj uzoraka stvarna i ocenjena vrednost parametara se poklapaju), pa se stvarna vrednost mo`e nalaziti samo u nekim granicama (intervalu) ocenjenog parametra.

GRANICE POVERENJA (eng. CONFIDENCE LIMITS)

Granice poverenja su krajnje granice (maksimum i minimum) intervala poverenja.

INTEGRAL VEROVATNO}E

Integral verovatno}e daje se tabli-no i izra`ava se relacijom

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

Ponekad se integralom verovatno}e naziva funkcija gre{ke

$$\operatorname{erf}x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt = \Phi(x\sqrt{2})$$

PODACI IZ EKSPLOATACIJE (eng. FIELD DATA)

Podaci iz eksploatacije su podaci do kojih se dolazi posmatranjem tokom upotrebe.

PODACI IZ TESTIRANJA (eng. TEST DATA)

Podaci iz testiranja su podaci do kojih se dolazi posmatranjem tokom testiranja.

FAZA ZADATKA (eng. MISSION PHASE)

Faza zadatka je radni režim određenog sistema koji je integralni dio kompletnog zadatka. Stoga, nekoliko faza čini profil zadatka.

PROFIL ZADATKA (eng. MISSION PROFILE)

Profil zadatka je kratak pregled hronoloških sekvenci radnih režima sistema, neophodan da upotpuni kompletne operacione zahvate.

POUZDANOST ZADATKA

Pouzdanost zadatka je verovatnoća da sistem neće otkazati u toku vremena trajanja zadatka, pod uslovom da je funkcionisao na početku.

ALOKACIJA POUZDANOSTI

Alokacija pouzdanosti je postupak (sprovodi se u procesu projektovanja) dodeljivanja potrebne pouzdanosti svakom od elemenata (sklopova, blokova) da bi se dobila zadata pouzdanost sistema. Za alokaciju pouzdanosti koriste se metode zasnovane na: principu iste pouzdanosti elemenata; uzimanju u obzir složenosti elemenata (ARINC metoda); uzimanju u obzir relativne važnosti elemenata u sistemu i njihove složenosti (AGREE metoda); odnosu intenziteta otkaza prema najslabijem elementu sistema; uzimanju u obzir cene, mogućnosti usavršavanja elemenata itd.

EFEKTIVNOST

Efektivnost je sposobnost sistema da obavi funkciju za koju je namenjen, uključujući u slučaju otkaza, teškoće u toku opravke i održavanja, kao i podobnost sistema da obavi funkciju kada radi u skladu sa konstrukcijskom koncepcijom. U stvari, pod efektivnošću se podrazumevaju tri pitanja:

- 1 - da li je sistem spreman za izvršenje svoje funkcije (zadatka) kada se to od njega zahteva (raspoloživost, odnosno gotovost);
- 2 - da li će sistem nastaviti da funkcioniše u toku zadatog vremena trajanja zadatka, ukoliko je odgovor na prvo pitanje pozitivan (pouzdanost);
- 3 - da li će sistem ispuniti željene ciljeve zadatka, pod uslovom da je odgovor na prva dva pitanja pozitivan (funkcionalna podobnost).

Efektivnost se izražava verovatnoćom da će sistem zadovoljiti operativni zahtev u toku određenog vremena kada radi pod specificiranim uslovima, preko relacije:

$$E(\tau, t) = A(\tau) \cdot R(t) \cdot FP$$

gde su:

- E - efektivnost sistema,
- A - raspoloživost, odnosno gotovost sistema,
- R - pouzdanost sistema,
- FP - funkcionalna podobnost sistema.

FUNKCIONALNA PODOBNOST

Funkcionalna podobnost je verovatno}a da }e sistem uspe{no izvr{iti svoj zadatak, pod uslovom da radi u okviru konstrukcijskih mogu}nosti (da se koristi u skladu sa namenom).

RASPOLO@IVOST - GOTOVOST (eng. AVAILABILITY)

Raspolo`ivost je verovatno}a da }e sistem biti spreman za upotrebu kada se to od njega zahteva.

OPERATIVNA GOTOVOST (eng. OPERATION AVAILABILITY)

Operativna gotovost je verovatno}a da sistem zadovoljavaju}e funkcioni{e u bilo kom trenutku vremena ili da je spreman za upotrebu kada se to zahteva

$$A_0 = G = \frac{t_r + t_{nr}}{t_r + t_{nr} + t_o} = \frac{MTBM}{MTBM + MDT}$$

gde su:

t_r - vreme u aktivnom radu (vreme kori{ }enja),

t_{nr} - vreme kada sistem ne radi, ali je ispravan za rad (vreme ~ekanja na rad),

t_z - vreme u otkazu (vreme zastoja),

MDT - srednje vreme u otkazu (srednje vreme zastoja),

MTBM - srednje vreme izme | u odr`avanja.

OPERATIVNA RASPOLO@IVOST - OSTVARENA, DOSTIGNUTA GOTOVOST (eng. ACHIEVED AVAILABILITY)

Operativna raspolo`ivost je verovatno}a raspolaganja sistemom kada su uzeti u obzir planirano (preventivno) i neplanirano (korektivno) odr`avanje.

$$A_a = G_0 = \frac{t_r}{t_r + t_o} = \frac{MTBM}{MTBM + MTTR}$$

gde su:

MTTR - srednje vreme izme | u korektivnih opravki (srednje vreme aktivne opravke korektivnog odr`avanja),

MTBM - srednje vreme izme | u odr`avanja:

$$MTBM = \frac{1}{\frac{1}{MTBM_p} + \frac{1}{MTBM_k}}$$

gde su:

$MTBM_p$ - srednje vreme izme | u preventivnih odr`avanja,

$MTBM_k$ - srednje vreme izme | u korektivnih odr`avanja.

SOPSTVENA RASPOLO@IVOST - UNUTRA[NJA GOTOVOST (eng. INHERENT AVAILABILITY)

Sopstvena raspolo`ivost je verovatno}a da sistem zadovoljavaju}e funkcioni{e u bilo kom trenutku vremena (vreme kori{ }enja i aktivno vreme opravke) kada se koristi u specificiranim uslovima.

$$A_i = G_u = \frac{t_r}{t_r + t_{ao}} = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR}$$

gde su:

t_{ao} - aktivno vreme opravke (odr`avanja),
 MTBF - srednje vreme izme|u otkaza.

Kada raspodela vremena rada do otkaza odgovara eksponencijalnom zakonu raspodele, sopstvena raspolo`ivost se mo`e odrediti relacijom

$$A_i = \frac{\mu}{\mu + \lambda} + \frac{\mu}{\mu + \lambda} e^{-(\mu + \lambda)t}$$

gde su:

$$\mu = \frac{1}{MTTR} \text{ - intenzitet opravki,}$$

$$\lambda = \frac{1}{MTBF} \text{ - intenzitet otkaza.}$$

Kada $t \rightarrow \infty$, sopstvena raspolo`ivost je

$$A_i = \frac{\mu}{\mu + \lambda}$$

Sopstvena raspolo`ivost je ve}a ili jednaka operativnoj raspolo`ivosti sistema

POGODNOST ODR@AVANJA (eng. MAINTAINABILITY)

Pogodnost odr`avanja je konstrukciona karakteristika koja govori o pogodnostima pri popravci sistema (pronala`enja i otklanjanja neispravnosti). Bolja pogodnost rezultira kra}im aktivnim vremenom opravke.

To je verovatno}a da }e sistem koji je otkazao biti vra}en u operativno stanje u toku specificiranog vremena u otkazu (vremena zastoja), a obuhvata aktivno vreme opravke, logisti~ko vreme, administrativno vreme.

OPRAVLJIVOST (eng. RESTORABILITY)

Opravljljivost je osobina ure|aja koja odre|uje mogu}nost dobijanja zahtevanih vrednosti parametara po otklanjanju neispravnosti.

To je verovatno}a da }e sistem koji je otkazao biti vra}en u operativno stanje za specificirano aktivno vreme opravke.

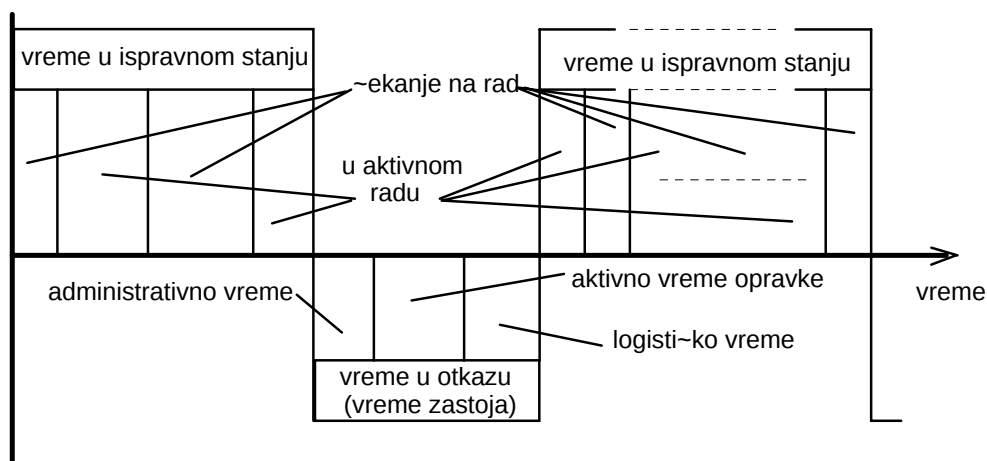
VREME EKSPLOATACIJE SISTEMA (UKUPNO VREME)

Vreme eksploatacije sistema je vreme od pu{tanja sistema u kori{}enje, pa do njegovog povla~enja iz upotrebe; mo`e se podeliti na:

- 1) vreme u ispravnom stanju (raspolo`ivo, operativno vreme) - vreme kada se sistem koristi ili je spreman za kori{}enje (~eka na kori{}enje ili je u skladi{tu),
- 2) vreme u otkazu (vreme zastoja, neraspolo`ivo, neoperativno vreme).

Vreme eksploatacije je, u stvari, ukupno vreme jednako sumi vremena u ispravnom stanju i vremena u otkazu.

Jedna od mogu}ih podela vremena, koja se koristi kod definisanja efektivnosti, prikazana je na slici 5.



Slika 5. Ilustracija podele ukupnog vremena

Definicije pojedinih vremenskih kategorija su sledeće:

1. **VREME U ISPRAVNOM STANJU (VREME U RADU)** je vreme u kome sistem funkcioniše na zadovoljavajućem nivou. Sastoji se od vremena u aktivnom radu (vreme korišćenja) i vremena nekanja na rad (slobodno vreme, funkcionalni zastoji, vreme osnovnog održavanja). Ovo vreme je osnova za izračunavanje pouzdanosti.
2. **VREME U OTKAZU (VREME ZASTOJA)** je vreme u kome je sistem neoperativan. Tu spadaju: aktivno vreme opravke (korektivnog i preventivnog održavanja), logističko vreme i administrativno vreme. Osnova je za izračunavanje pogodnosti održavanja.
 - 2.1. **AKTIVNO VREME OPRAVKE (ODRŽAVANJA)** je vremenski interval u kome se sprovode aktivnosti u vezi sa popravkom sistema: vreme za pripremu, vreme za dijagnozu otkaza, vreme za otklanjanje otkaza i vreme potrebno za funkcionalnu proveru sistema posle opravke. Osnova je za izračunavanje popravljivosti.
 - 2.2. **LOGISTIČKO VREME** je vreme koje protekne u nekanju rezervnih delova, kada se konstatuje vrsta otkaza.
 - 2.3. **ADMINISTRATIVNO VREME** je vremenski interval neophodnih administrativnih aktivnosti (izdavanje naloga za popravku itd.).
3. **SLOBODNO VREME** je vreme kada se ne zahteva korišćenje sistema, (ako se desi da je sistem neispravan onda je to deo vremena zastoja sistema).
4. **VREME SKLADIŠTENJA** je vreme kada se sistem nalazi u skladištu kao rezervni deo, pri čemu se pretpostavlja da je u operativnom stanju.
5. **VREME PRIPRAVNOSTI** je vreme u kome sistem neka da započne zadatak (vreme spremanja).
6. **VREME REAKCIJE** je vreme od dobijanja komande do početka rada sistema.

ISPITIVANJE POUZDANOSTI (eng. RELIABILITY TEST)

Ispitivanje pouzdanosti je, u stvari, eksperimentalno određivanje vrednosti parametara pouzdanosti sistema (elemenata) po utvrdjenom planu ispitivanja. Plan ispitivanja sadrži obim ispitivanja, uslove ispitivanja i kriterijume ispitivanja koji određuju trajanje ispitivanja. Nivo pouzdanosti se može utvrditi na osnovu laboratorijskih ispitivanja

ili na osnovu podataka iz eksploatacije i skladištenja. Ispitivanje pouzdanosti je definisano standardima.

RIZIK PROIZVOĐA (eng. PRODUCER'S RISK)

Rizik proizvođača predstavlja verovatnoću da dobra serija (partija), pri prijemnoj kontroli, bude odbačena kao loša.

RIZIK KUPCA (POTROŠAČA) (eng. CONSUMER'S RISK)

Rizik kupca predstavlja verovatnoću da loša serija (partija), pri prijemnoj kontroli, bude prihvaćena kao dobra.

UZORAK (eng. SAMPLE)

Uzorak je skup elemenata uzetih iz serije (partije), postupkom slučajnog izbora u okviru određenog plana uzorkovanja radi ispitivanja pouzdanosti. Služi za donošenje odluke o pouzdanosti serije.

UBRZANA ISPITIVANJA (eng. ACCELERATED TESTING)

Ubrzana ispitivanja su ispitivanja sa kraćim efektivnim vremenom ispitivanja. Mogu da se realizuju u normalnim ili posebnim uslovima rada. Zasnivaju se na poznavanju mehanizama otkaza sastavnih delova. U poslednje vreme pod ubrzanim ispitivanjima se podrazumevaju isključivo ispitivanja izvedena u posebnim uslovima rada. Pojam ubrzan povezuje se, u tom slučaju, sa ubrzanjem degradacionih procesa.

ELEMENTI SA VIŠE STANJA (MULTISTACIONARNI ELEMENTI)

Elementi sa više stanja su elementi koji imaju više od dva stanja. Kod analize pouzdanosti najčešće se razmatraju elementi sa samo dva međusobno isključiva stanja (dvostacionarni elementi): ispravno ili neispravno. Međutim, mnogi elementi mogu imati više stanja. Na primer, otpornik može da bude u tri stanja - trostacionarni elementi (međusobno isključiva događaja): ispravan, otkazao zbog kratkog spoja otpornika i otkazao zbog prekida otpornika; dioda, isto tako. Dakle, to su primeri otkaza tipa "prekid" i "kratak spoj". Tranzistor može da ima i više od tri stanja, ako se uzmu u obzir svi oblici otkaza.

Osobina ovih elemenata je da svi oblici otkaza ne dovode i do otkaza sistema -iji su oni deo, već to zavisi od konkretne konfiguracije sistema. Za svaku konfiguraciju treba definisati šta se smatra otkazom.

Za elemente sa više stanja važe drugačiji izrazi za pouzdanost sistema koji -ine ti elementi (videti 1.2.2.6 i 1.2.2.7).

TROSTACIONARNI ELEMENTI (ELEMENTI SA TRI STANJA)

Trostacionarni elementi su elementi sa tri međusobno isključiva stanja; na primer, za poluprovodničku diodu, otpornik, kondenzator, ta stanja su: ispravan, otkazao "prekidom", otkazao "kratkim spojem".

OTKAZ TIPRA "PREKID"

Otkaz tipa "prekid" je otkaz elementa koji, u slučaju redne veze elemenata, ako nastane makar u jednom od ovih elemenata, izaziva otkaz sistema u celini. Kod paralelne veze elemenata otkaz tipa "prekid" mora da se dogodi u svim elementima da bi sistem otkazao u celini.

OTKAZ TIPa "KRATAK SPOJ"

Otkaz tipa "kratak spoj" je otkaz elementa koji, u slu~aju paralelne veze elemenata, ako nastane makar u jednom od ovih elemenata izaziva otkaz sistema u celini. Kod redne veze elemenata otkaz tipa "kratak spoj" mora da se dogodi u svim elementima da bi sistem otkazao u celini.

Za elemente koji se mogu na}i u tri me|usobno isklju~iva stanja, ako je R verovatno}a da je element ispravan, Q_0 verovatno}a da je element otkazao prekidom i Q_s verovatno}a da je element otkazao kratkim spojem va`i:

$$R + Q_0 + Q_s = 1$$

Pouzdanost takvog elementa je

$$R = 1 - Q_0 - Q_s$$

Ako je Q_{0i} uslovna verovatno}a otkaza zbog prekida, pod uslovom da je i-ti element otkazao, a Q_{si} uslovna verovatno}a otkaza zbog kratkog spoja, pod uslovom da je i-ti element otkazao, tada va`i

$$Q_{0i} + Q_{si} = 1$$

1.2. PRORA^UN POUZDANOSTI SISTEMA

Prora~unati pouzdanost sistema zna~i odrediti pokazatelje pouzdanosti na osnovu podataka o pouzdanosti elemenata i veza izme|u njih u sistemu. Za prora~un pouzdanosti je neophodan model pouzdanosti sistema, koji mo`e biti u obliku strukturnog blok-dijagrama pouzdanosti ili dijagrama stanja. Prora~un pouzdanosti, u principu, ~ine slede}e faze:

1. odre|ivanje kriterijuma i vrsta otkaza sistema i elemenata u sistemu;
2. sastavljanje modela pouzdanosti, na osnovu analize funkcionisanja sistema, rezerviranja, opravke, kontrole ispravnosti elemenata itd.;
3. izbor metoda prora~una pouzdanosti s obzirom na usvojeni model opisivanja procesa funkcionisanja i opravke;
4. dobijanje matemati~kog modela (relacije) koji povezuje pokazatelj pouzdanosti s karakteristikama elemenata;
5. izbor podataka o pouzdanosti elemenata, i
6. obavljanje prora~una i analiza dobijenih rezultata.

Naj~e}i pokazatelji koji se prora~unavaju su: verovatno}a bezotkaznog (ispravnog) rada, srednje vreme do otkaza, gotovost itd.

Prora~un pouzdanosti mo`e biti orijentacioni i detaljan. Orijentacioni se obavlja u po~etnim fazama projektovanja sistema (kada jo{ nije poznata elektri~na {ema) i to na osnovu srednjih vrednosti intenziteta otkaza elemenata za uslove kori{}enja sistema ili njegovih delova. Pretpostavlja se, obino, redna konfiguracija elemenata. Vr{i se radi upore|enja raznih varijanti projekata i provere mogu}nosti ispunjenja postavljenog zahteva za pouzdanost..

Detaljan prora~un pouzdanosti se vr{i kada je poznata elektri~na {ema, na osnovu stvarnog modela pouzdanosti i stvarnih intenziteta otkaza elemenata zasnovanih na stvarnim optere}enjima (elektri~nim, temperaturnim i drugim) i stvarnim okolnim uslovima rada. Vr{i se radi odre|ivanja pokazatelja pouzdanosti ure|aja, odnosno sistema.

1.2.1. Formiranje strukturnog modela (blok-dijagrama) pouzdanosti

Svi sistemi, pa i tehni~ki, predstavljaju skup elemenata (sastavnih delova) povezanih odre|enim relacijama u (funkcionalnu) celinu radi izvr{}enja odre|enog zadatka. To zna~i da je za funkcionisanje sistema, pored pokazatelja pouzdanosti elemenata, neophodno i poznavanje njihovih me|usobnih veza.

Bilo koji elektronski ure|aj sastoji se od ve}eg broja sastavnih delova. Njihova me|usobna veza prikazuje se elektri~nom {emom. ^esto se, radi isticanja funkcionalnih veza, veze elemenata u sistemu predstavljaju funkcionalnom ili blok-{emom. Me|utim, za potrebe prora~una pouzdanosti elektronskih ure|aja i sistema, predstavljaju se strukturnim modelom (blok-dijagramom) pouzdanosti, kod kojeg veze izme|u elemenata pokazuju uticaj otkaza pojedinih elemenata na otkaz sistema. Prema tome, strukturni model pouzdanosti sistema, u principu, nije isto {to i elektri~na {ema ili blok-{ema sistema.

Kako se formira strukturni model pouzdanosti? Pri analizi nekog ure|aja ili sistema sa stanovi{ta pouzdanosti, slo`eni sistem se razla`e na podsisteme, podsistemi na ure|aje (blokove), a ure|aji na sklopove odnosno sastavne delove. Pri tome nivo razlaganja zavisi od toga da li se posmatra pouzdanost sistema, podsistema, ure|aja ili sklopa. Pretpostavlja se da se svaki element (sastavni deo ure|aja ili blok) nalazi u jednom od dva me|usobno isklju~iva stanja (dvostacionarni elementi): ispravan ili u otkazu. Na osnovu toga se vr{i analiza da li otkaz odre|enog elementa dovodi ili ne dovodi do otkaza sistema, u skladu sa definicijom ispravnog rada sistema. Ako otkaz bilo kojeg elementa dovodi do otkaza sistema, takvi elementi prikazuju se u strukturnom modelu pouzdanosti rednom vezom (najjednostavniji model). Ukoliko to nije slu~aj onda je re~ o nekoj drugoj vezi. Te druge veze mogu biti posledica konstrukcije samog sistema ili rezerviranja. Na~ini povezivanja u strukturnom blok-dijagramu mogu biti:

- redna konfiguracija elemenata (nerezervirani sistem),
- paralelna konfiguracija elemenata,
- kombinovana konfiguracija elemenata (koja se sastoji od redno-paralelnih i/ili paralelno- rednih konfiguracija),
- specifi~ne veze elemenata (slo`eni sistemi, odnosno konfiguracije koje se ne sastoje od rednih i paralelnih konfiguracija),
- rezervirani sistemi.

Kad je re~ o sistemima u rednoj i paralelnoj konfiguraciji, kao i o njihovoj kombinaciji, mogu se izvesti gotovi izrazi za prora~un pouzdanosti. Za prora~un pouzdanosti sistema sa slo`enom (specifi~nom) vezom (strukturom) elemenata postoji vi{e metoda, od kojih je ovde formulisana metoda kombinacije stanja i metoda zasnovana na formuli uslovne verovatno}e (metoda rastavljanja). U novije vreme razvijaju se i druge metode kao metoda zasnovana na Bulovoj algebri (logi~ka metoda analize pouzdanosti), metoda stabla otkaza, metoda statisti~kog modeliranja itd.

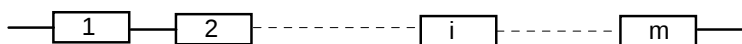
Za elemente koji se mogu na}i u vi{e od dva stanja (multistacionarni elementi), zadaci su u ovoj zbirci izdvojeni u posebni odeljak, pri ~emu su razmatrani samo trostacionarni elementi. Ve}ina zadataka je tako formulisana da je zadat strukturni model pouzdanosti. Me|utim, u nekoliko zadataka sistem, odnosno njegova funkcionalna {ema dati su opisno (tekstualno), odakle se u zadatku prelazi na blok-dijagram pouzdanosti.

1.2.2. Prora~un pouzdanosti neopravljivih sistema

1.2.2.1. Redna konfiguracija elemenata (nerezervirani sistem)

Sistem sa rednom konfiguracijom elemenata (slika 6.) ispravno radi ako ispravno rade svi elementi sistema. Neka je χ_i doga|aj da je i-ti element ispravan, a $\bar{\chi}_i$ doga|aj da je i-ti element otkazao; pouzdanost ovakvog sistema (verovatno}a ispravnog rada sistema) jednaka je verovatno}i preseka doga|aja $\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_i, \dots, \chi_n$ ($i=1 \dots m$), odnosno:

$$R_s = (\chi_1 \cap \chi_2 \cap \dots \cap \chi_j \cap \dots \cap \chi_m)$$



Slika 6. Redna konfiguracija elemenata pouzdanosti

Ako su otkazi međusobno nezavisni, tj. ako rad jednog elementa ne utiče na rad drugog elementa, onda se za pouzdanost sistema od m elemenata dobija:

$$R_s = R_1 \cdot R_2 \cdot \dots \cdot R_i \cdot \dots \cdot R_m = \prod_{i=1}^m R_i, \quad i = 1, \dots, m$$

gde je

$$R_i = P(\chi_i)$$

U slučaju kada su otkazi nezavisni i svi elementi identični, tj. $R_1 = R_2 = \dots = R_m$, dobija se:

$$R_s = R^m$$

Za eksponencijalnu raspodelu vremena rada do otkaza, pouzdanost rednog modela je

$$R(t) = e^{-t \cdot \sum_{i=1}^m \lambda_i}$$

a intenzitet otkaza sistema sa rednom konfiguracijom

$$\lambda_s = \sum_{i=1}^m \lambda_i$$

Srednje vreme do (između) otkaza rednog modela, kada je $\lambda_i = \text{const.}$, dobija se relacijom

$$T_0 = \frac{1}{\lambda_s} = \frac{1}{\sum_{i=1}^m \lambda_i}$$

1.2.2.2. Paralelna konfiguracija elemenata

Sistem sa paralelnom konfiguracijom elemenata (slika 7.) otkazuje ako otkazu svi elementi sistema, pa je nepouzdanost ovakvog sistema jednaka verovatnoći preseka događaja $\bar{\chi}_1, \bar{\chi}_2, \dots, \bar{\chi}_j, \dots, \bar{\chi}_n$ ($j=1 \dots n$), tj.:

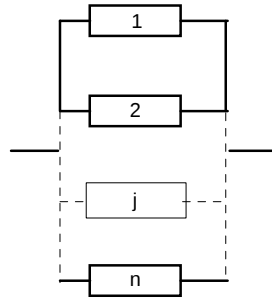
Ako su otkazi međusobno nezavisni, za paralelnu konfiguraciju od n elemenata nepouzdanost je:

$$Q_s = Q_1 \cdot Q_2 \cdot \dots \cdot Q_j \cdot \dots \cdot Q_n = \prod_{j=1}^n Q_j$$

gde je

$$Q_j = P(\bar{\chi}_j) = 1 - R_j$$

$$Q_s = (\bar{\chi}_1 \cap \bar{\chi}_2 \cap \dots \cap \bar{\chi}_j \cap \dots \cap \bar{\chi}_n)$$



Slika 7. Paralelna konfiguracija elemenata pouzdanosti

Pouzdanost sistema za paralelnu konfiguraciju od n elemenata dobija se relacijom

$$R_s = 1 - Q_s = 1 - \prod_{j=1}^n (1 - R_j), \quad j = 1, \dots, n$$

U slu~aju kada su svi elementi identi~ni, dobija se:

$$R_s = 1 - (1 - R)^n$$

Srednje vreme do otkaza ovog i narednih sistema odre|uje se na osnovu op{te relacije

$$T_0 = \int_0^{\infty} R_s(t) dt$$

Kada su svi elementi imaju konstantan i jednak intenzitet otkaza λ , srednje vreme do otkaza se odre|uje relacijom

$$T_{0s} = T_0 \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} \right)$$

gde je

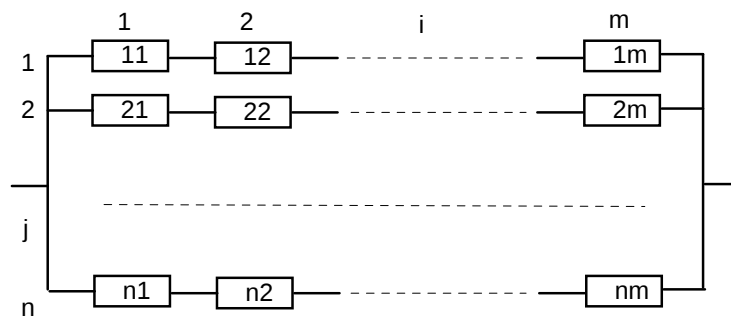
$$T_0 = \frac{1}{\lambda} \text{ - srednje vreme do otkaza jednog elementa.}$$

1.2.2.3. Kombinovana konfiguracija elemenata

Pouzdanost sistema kod kombinovane konfiguracije elemenata (konfiguracija koja se sastoji od elemenata u rednim i paralelnim konfiguracijama) odre|uje se tako {to se u sistemu uo~e redne i paralelne konfiguracije, odrede za njih pouzdanosti, a zatim odredi pouzdanost sistema (sistem se postepeno svodi na ekvivalentni redni ili paralelni model pouzdanosti). Podrazumeva se da su otkazi me|usobno nezavisni. I za ove kombinacije mogu se izvesti op{te relacije, koje su date u odeljku za op{te i pojedina~no pasivno rezerviranje.

1.2.2.3.1. Paralelno-redna konfiguracija elemenata

Pouzdanost sistema sa paralelno-rednom konfiguracijom elemenata (n pravaca sa po m redno vezanih elemenata u svakom pravcu, slika 8.), odre|uje se relacijom



Slika 8. Paralelno-redna konfiguracija elemenata pouzdanosti

$$R_s(t) = 1 - \prod_{j=1}^n [1 - R_j(t)]$$

gde su:

$R_j(t)$ - pouzdanost rada j-tog pravca u toku vremena rada (0, t),
 n - broj pravaca u paralelnoj vezi u strukturnom blok-dijagramu pouzdanosti.

Pri eksponencijalnoj raspodeli vremena rada do otkaza i ako su svi pravci jednake pouzdanosti

$$R_s(t) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda_p t}\right)^n$$

gde je λ_p - intenzitet otkaza pravca.

Kada je poznata pouzdanost elemenata pravca, pouzdanost sistema je

$$R_s(t) = 1 - \prod_{j=1}^n \left[1 - \prod_{i=1}^m R_{ji}(t)\right]$$

Kada su svi elementi jednake pouzdanosti R, dobija se

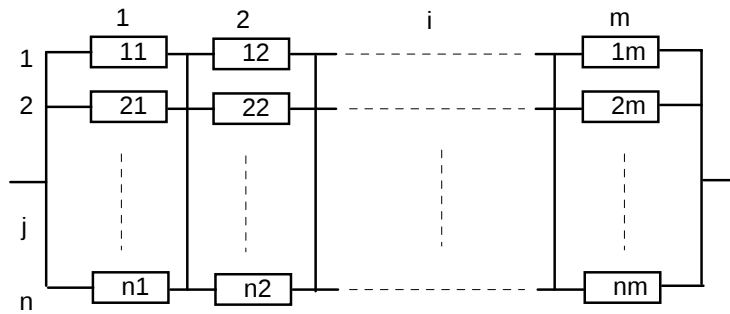
$$R_s = 1 - (1 - R^m)^n$$

1.2.2.3.2. Redno-paralelna konfiguracija elemenata

Pouzdanost sistema sa redno-paralelnom konfiguracijom elemenata (m grupa sa po n paralelno vezanih elemenata u svakoj grupi, slika 9.), određuje se relacijom

$$R_s(t) = \prod_{i=1}^m R_i(t) = \prod_{i=1}^m \left\{1 - \prod_{j=1}^n [1 - R_{ji}(t)]\right\}$$

gde je R_i - pouzdanost i-te grupe.



Slika 9. Redno-paralelna konfiguracija elemenata pouzdanosti

Kada su svi elementi jednake pouzdanosti R , dobija se

$$R_s = [1 - (1 - R)^n]^m$$

1.2.2.4. Konfiguracija sa specifičnim vezama elemenata

Pouzdanost sistema koji se ne mogu svesti na kombinaciju rednih i paralelnih konfiguracija, određuje se na višena (koji su ilustrovani u zadacima u odeljku 2.2.4), kao što su metoda koja koristi formulu uslovne verovatnoće, metoda zasnovana na utvrđivanju svih kombinacija ispravnog rada sistema itd.

1.2.2.4.1. Određivanje pouzdanosti na osnovu formule uslovne verovatnoće

Određivanje pouzdanosti na osnovu formule za uslovnu (kondicionalnu) verovatnoću (Bays-ova formula) vrši se na sledeći način. Odabere se pogodan element, tako da, kada se za taj element pretpostavi da je u jednom od dva moguća stanja (ispravan, otkazao), dolazi do rastavljanja modela pouzdanosti u neke od kombinovanih konfiguracija elemenata (koja se sastoji od rednih i paralelnih konfiguracija elemenata) i može se reći na ve poznat način. Naime, za nesaglasne događaje H_i ($i = 1, \dots, n$), verovatnoća da se desi događaj A , data je relacijom:

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i)P(A/H_i)$$

pri čemu je

$$\sum_{i=1}^n P(H_i) = 1$$

gde su:

$P(A)$ - verovatnoća da se desi događaj A ,

$P(H_i)$ - verovatnoća da se desi događaj (hipoteza) H_i ,

$P(A/H_i)$ - verovatnoća da se desi događaj A ako se desio događaj H_i .

Od izbora elementa kojim se model pouzdanosti rastavlja na jednostavnije konfiguracije zavisi da li će proračun pouzdanosti biti jednostavniji ili složeniji.

1.2.2.4.2. Određivanje pouzdanosti na osnovu kombinacija stanja

U slučaju sistema od n elemenata u proizvoljnoj konfiguraciji, sva moguća stanja tog sistema mogu se naći formiranjem proizvoda

$$(\chi_1 + \bar{\chi}_1)(\chi_2 + \bar{\chi}_2) \dots (\chi_i + \bar{\chi}_i) \dots (\chi_n + \bar{\chi}_n), \quad i = 1 \dots n$$

gde su:

- χ_i - događaj koji označava da je i -ti element ispravan,
- $\bar{\chi}_i$ - događaj koji označava da je i -ti element otkazao (neispravan),
- $(\chi_i + \bar{\chi}_i)$ - skup svih mogućih stanja i -tog elementa.

Članovi koji se dobijaju nakon množenja predstavljaju verovatnoće određenih kombinacija stanja elemenata koje mogu predstavljati ispravan rad ili otkaz sistema. Članovi, odnosno kombinacije koje daju ispravan rad sistema određuju se na osnovu blok-dijagrama pouzdanosti. Pouzdanost sistema dobija se kao zbir verovatnoća (članova) svih onih kombinacija stanja koje daju ispravan rad sistema, tj.:

$$R_s = \sum_{i=1}^k P_i$$

gde su:

- k - ukupan broj članova (kombinacija stanja) koji daju ispravan rad sistema,
- P_i - verovatnoća i -tog stanja ispravnog rada sistema.

Ovaj opšti postupak se može obaviti i na sledeći način:

- napišu se sve moguće kombinacije stanja elemenata (kao kod tabela istine u digitalnoj tehnici; na primer, "0" označava neispravno stanje elementa, "1" označava ispravno stanje elementa,
- za elemente sa dva međusobno isključiva stanja, broj kombinacija iznosi 2^n (gde je n - broj elemenata u sistemu),
- izdvoje se sve kombinacije za koje sistem radi ispravno i označe se "1",
- napišu se relacije za verovatnoću ispravnog rada sistema za te kombinacije; i
- sabiranjem prethodnih verovatnoća ili relacija (svih kombinacija ispravnog rada sistema) dobija se verovatnoća ispravnog rada ili relacija za pouzdanost sistema.

1.2.2.5. Proračun pouzdanosti rezerviranih sistema

1.2.2.5.1. Pasivno rezerviranje s nepromenljivim opterećenjem i aktivno rezerviranje s opterećenim rezervnim elementima i apsolutno pouzdanim prekidačima

Proračun pouzdanosti (verovatnoće ispravnog rada) za opšte i pojedinačno rezerviranje vrši se istim postupkom i prema istim oblicima relacija kao kod strukturnog blok-dijagrama kombinovane konfiguracije elemenata pouzdanosti ([odeljak 1.2.2.3](#)).

a) Op{te rezerviranje

Pouzdanost sistema sa pasivnim op{tim rezerviranjem sa elementima sa neizmenjenim optere{enjem (1 osnovni i n-1 rezervnih sistema, slika 8.) ra~una se prema izrazima za paralelno-rednu konfiguraciju elemenata.

b) Pojedina~no rezerviranje

Pouzdanost sistema sa pasivnim pojedina~nim rezerviranjem sa elementima sa neizmenjenim optere{enjem (n-1 rezervnih elemenata za svaki osnovni, slika 9.) ra~una se prema izrazima za redno-paralelnu konfiguraciju elemenata.

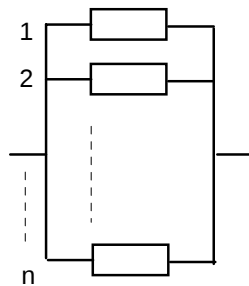
c) Rezerviranje po modelu "r od n"

Pouzdanost pasivno rezerviranog sistema po modelu "r od n" (sistem od n istih elemenata radi ispravno ako najmanje r od ukupno n elemenata radi ispravno), ako su otkazi me|usobno nezavisni (slika 10.), mo`e se odrediti na osnovu relacije

$$R_s = \sum_{x=r}^n \binom{n}{x} R^x (1-R)^{n-x}$$

Srednje vreme do otkaza se mo`e odrediti relacijom

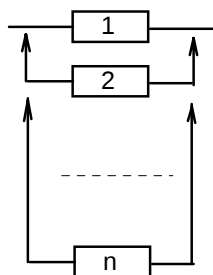
$$T_0 = \frac{1}{\lambda} \sum_{x=0}^{n-r} \frac{1}{r+x}$$



Slika 10. Rezerviranje po modelu "r od n"

1.2.2.5.2. Aktivno rezerviranje s neoptere{enim rezervnim elementima i apsolutno pouzdanim prekida~ima (elementi u pripravnosti)

Pouzdanost sistema od n elemenata (jedan osnovni sistem i n-1 rezervnih i apsolutno pouzdanih prekida~a, slika 11.) i neoptere{enim elementima (uklju~uju se po otkazu osnovnog elementa), dobija se putem rekurentne formule



Slika 11. Aktivno op{te rezerviranje s apsolutno pouzdanim prekida~ima

$$R_{sn_c}(t) = R_{(n-1)_c}(t) + \int_0^t R_n(t-\tau) f_{(n-1)_c}(\tau) d\tau$$

gde su:

- R_n - pouzdanost rada n-tog elementa (kada sam radi),
- R_{n-1} - pouzdanost rada n-1 elemenata,
- $f_{(n-1)}$ - funkcija gustine raspodele za n-1 elemenata,
- c - ozna~ava da se taj pokazatelj odnosi na rezervirani sistem, pri ~ijem se otkazu uklju~uje u rad poslednji n-ti element.

Pri eksponencijalnoj raspodeli vremena rada do otkaza i jednako pouzdanim elementima, pouzdanost ovakvog sistema se mo`e odrediti primenom Poasonove raspodele

$$R_s(t) = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{\alpha^i e^{-\alpha}}{i!}$$

gde je

$$\alpha = -\ln R = \lambda \cdot t$$

odnosno relacijom

$$R_s(t) = e^{-\lambda t} \sum_{i=0}^{n-1} \frac{(\lambda t)^i}{i!}$$

Ako elementi nisu iste pouzdanosti, mo`e se koristiti relacija

$$R_s = R_1 + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\prod_{j=1}^i (-\ln R_j) \cdot R_i}{i!}$$

1.2.2.5.3. Aktivno rezerviranje s rastere}enim rezervnim elementima i apsolutno pouzdanim prekida~ima

Pri aktivnom rezerviranju sa elementima u rastere}enom re`imu i apsolutno pouzdanim prekida~ima, koji ima jedan osnovni i n-1 rezervnih elemenata, pouzdanost se odre|uje primenom rekurentne formule

$$R_{sn_c}(t) = R_{(n-1)_c}(t) + \int_0^t R_n(\tau) R_n(t-\tau) f_{(n-1)_c}(\tau) d\tau$$

gde je

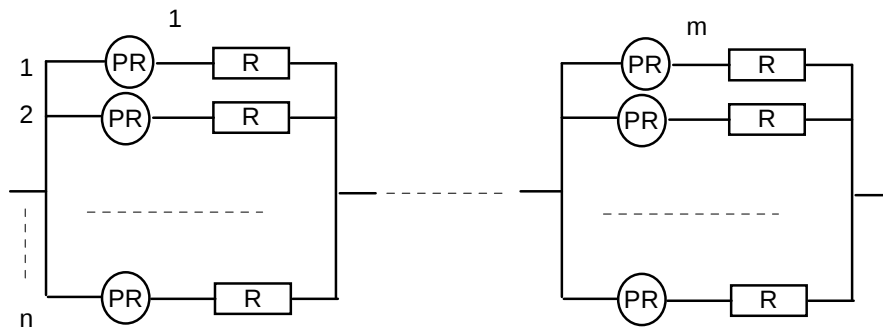
$R_n(\tau)$ - pouzdanost rada n-tog rezervnog elementa do trenutka τ njegovog uklju~enja u rad.

1.2.2.5.4. Aktivno rezerviranje s realno pouzdanim prekida~ima

a) Aktivno pojedina~no rezerviranje s optere}enim elementima

Pouzdanost aktivno pojedina~no rezerviranog sistema sa prekida~ima realne pouzdanosti (slika 12., R - osnovni i rezervni elementi, PR - prekida~, svaki od m elemenata osnovnog sistema rezerviran je sa n-1 istih elemenata), odre|uje se relacijom

$$R_{s_{poj}}(t) = \left\{ 1 - \left[1 - R_{pr}(t)R(t) \right]^n \right\}^m$$



Slika 12. Aktivno pojedina~no rezerviranje sa prekida~ima realne pouzdanosti

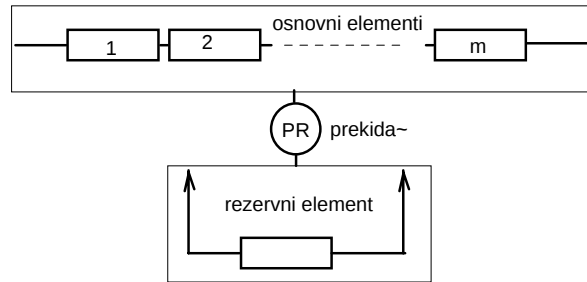
b) Aktivno op{te rezerviranje s optere}enim elementima

Pouzdanost aktivno op{te rezerviranog sistema sa prekida~ima realne pouzdanosti (osnovni sistem ima m istih elemenata, a rezerviran je sa n-1 istih sistema) odre|uje se relacijom

$$R_{s_{op}}(t) = 1 - \left\{ 1 - \left[R_{pr}(t)R(t) \right]^m \right\}^n$$

1.2.2.5.5. Rezerviranje "1 za m"

Pouzdanost aktivno rezerviranog sistema od jednog rezervnog neoptere}enog elementa i m radnih elemenata (sistem kod koga jedan rezervni element zamenjuje jedan od vi{e osnovnih elemenata pri njihovom otkazu, slika 13.) odre|uje se relacijom



Slika 13. Aktivno rezerviranje "1 za m" (1 rezervni element se uklju-uje na mesto jednog od m osnovnih elemenata u slu-aju njihovog otkaza)

$$R_{1zam}(t) = R^{m-1} \left[R(t) + m \int_0^t R_{pr}(\tau) R(t-\tau) f(\tau) d\tau \right]$$

gde su:

- $R_{pr}(\tau)$ - pouzdanost prekida-~a do trenutka τ uklju-ivanja rezervnog elementa,
- $R(t-\tau)$ - pouzdanost rezervnog elementa od trenutka τ njegovog uklju-ivanja,
- $f(\tau)$ - funkcija raspodele jednog elementa osnovnog sistema,
- $R(t)$ - pouzdanost jednog elementa osnovnog sistema.

Pri eksponencijalnoj raspodeli vremena rada do otkaza, gornja relacija se svodi na

$$R_{1zam}(t) = \left[1 + m \frac{\lambda_1}{\lambda_{pr}} (1 - e^{-\lambda_{pr} t}) \right] e^{-m\lambda_1 t}$$

gde su:

- λ_1 - intenzitet otkaza radnog elementa,
- λ_{pr} - intenzitet otkaza prekida-~a.

1.2.2.6. Sistemi sa elementima sa tri stanja (trostacionarni elementi)

Stanja elemenata su: ispravan, otkazao "prekidom", otkazao "kratkim spojem". Otkazi elemenata su, po pretpostavci, nezavisni.

Da bi se odredila pouzdanost konfiguracije sa elementima sa tri stanja, prvo treba definisati {ta se smatra otkazom sistema.

Verovatno}a rada bez otkaza sistema od n redno vezanih elemenata, ako su otkazi elemenata nezavisni (a otkaz sistema je definisan na slede}i na-in: sistem mo`e da otka`e, prvo, ako svi elementi otka`u kratkim spojem i, drugo, ako bilo koji element otka`e prekidom) glasi:

$$R_{sn} = \prod_{i=1}^n [1 - Q_{0i}] - \prod_{i=1}^n [Q_{s_i}]$$

Ako su svi elementi identi~ni

$$R_{sn} = [1 - Q_0]^n - [Q_s]^n$$

Verovatnoća rada bez otkaza sistema od m paralelno vezanih elemenata (otkaz sistema je definisan na sledeći način: sistem može da otkaze, prvo, ako bilo koji element otkaze kratkim spojem i, drugo, ako svi elementi otkazu prekidom) glasi:

$$R_{sm} = \prod_{i=1}^m [1 - Q_{s_i}] - \prod_{i=1}^m [Q_{0_i}]$$

Ako su svi elementi identični

$$R_{sm} = [1 - Q_s]^m - [Q_0]^m$$

Verovatnoća rada bez otkaza sistema sa redno-paralelnom konfiguracijom elemenata od n grupa u rednoj konfiguraciji sa po m elemenata u paralelnoj konfiguraciji u grupi (otkaz sistema je definisan na sledeći način: sistem može da otkaze, prvo, ako bilo koja cela grupa elemenata, koja se sastoji od elemenata u paralelnoj vezi, otkaze prekidom i, drugo, ako sve grupe elemenata otkazu kratkim spojem - tačnije, ako u svakoj od grupa bar jedan element otkaze kratkim spojem) određuje se relacijom:

$$R_s = \prod_{j=1}^n \left(1 - \prod_{i=1}^m Q_{0_{ij}} \right) - \prod_{j=1}^n \left[1 - \prod_{i=1}^m (1 - Q_{s_{ij}}) \right]$$

gde su:

$i=1, 2, \dots, m$ broj elemenata u grupi,

$j=1, 2, \dots, n$ broj grupa.

Ako su elementi identični dobija se

$$R_s = (1 - Q_0^m)^n - [1 - (1 - Q_s)^m]^n$$

Verovatnoća rada bez otkaza sistema sa paralelno-rednom konfiguracijom elemenata od m pravaca u paralelnoj konfiguraciji sa po n elemenata u rednoj konfiguraciji u svakom pravcu (otkaz sistema je definisan na sledeći način: sistem može da otkaze, prvo, ako svi pravci sa redno vezanim elementima otkazu prekidom i, drugo, ako bilo koji pravac otkaze kratkim spojem) određuje se relacijom:

$$R_s = \prod_{i=1}^m \left(1 - \prod_{j=1}^n Q_{s_{ij}} \right) - \prod_{i=1}^m \left[1 - \prod_{j=1}^n (1 - Q_{0_{ij}}) \right]$$

gde su:

$i=1, 2, \dots, m$ broj pravaca,

$j=1, 2, \dots, n$ broj elemenata na svakom pravcu.

Ako su elementi identični dobija se

$$R_s = (1 - Q_s^n)^m - [1 - (1 - Q_0)^n]^m$$

Ako su otkazi zbog kratkog spoja nemogući, navedene jednačine se svode na već poznate jednačine za pouzdanost redno-paralelne i paralelno-redne konfiguracije elemenata, kada se ne uzima u obzir da li je otkaz tipa "prekid" ili "kratak spoj". U stvari, kod te analize se pretpostavljalo da element otkazuje prekidom.

1.2.2.6.1. Određivanje optimalnog broja elemenata

Broj elemenata u posmatranoj vezi koji daje maksimalnu pouzdanost (optimalan broj elemenata) nalazi se tako što se dobijena jednačina za pouzdanost diferencira u odnosu na broj elemenata. Dobijeni izraz se izjednači sa nulom i iz tako dobijene jednačine nalaze optimalan broj elemenata.

Ako je reč o kombinovanoj vezi elemenata, treba izvršiti parcijalno diferenciranje po n i po m i tako odrediti optimalan broj grupa i optimalan broj elemenata u grupi za redno-paralelnu konfiguraciju, odnosno optimalan broj pravaca i optimalan broj elemenata na pravcu za paralelno-rednu konfiguraciju elemenata.

1.2.2.6.2. Rezerviranje trostacionarnih elemenata

Pri rezerviranju trostacionarnih elemenata ne razmatra se strukturni blok-dijagram, već se razmatra veza elemenata u električnoj shemi.

1.2.2.7. Opis postupak proračuna pouzdanosti sistema sa elementima sa više stanja (multistacionarni elementi)

Kod nalaženja pouzdanosti sistema sa elementima sa više od tri stanja postupak je sledeći:

1. treba definisati šta se smatra ispravnim radom sistema;
2. zatim treba odrediti sve kombinacije stanja (oblika funkcionisanja) svih elemenata u sistemu (varijacije sa ponavljanjem), za šta se može koristiti izraz

$$V = Y_1^{X_1} \cdot Y_2^{X_2} \dots Y_i^{X_i} \dots Y_n^{X_n}$$

gde je X_i ($i=1 \dots n$) broj elemenata koji imaju Y_i ($j=1 \dots m$) stanja (oblika funkcionisanja);

3. nakon toga treba utvrditi koje kombinacije stanja elemenata predstavljaju uspešan (ispravan) rad sistema, i za njih izračunati verovatnoće ispravnog rada sistema;
4. konačno, pouzdanost sistema dobija se kao zbir svih verovatnoća ispravnog rada sistema za te kombinacije.

Pri ovom proračunu pogodno je da se podaci srede u tabeli (slično kao kod tabele istine koja se koristi u digitalnoj elektronici).

1.2.3. Proračun pouzdanosti opravljivih sistema

Proračun pouzdanosti opravljivih sistema vrši se na osnovu:

- metode integralnih jednačina, koja je teška za primenu i
- metoda diferencijalnih jednačina Kolmogorova odnosno teorije Markova (koristi se i za neopravljive sisteme).

1.2.4. Proračun pouzdanosti sistema metodom diferencijalnih jednačina (modeli Markova)

Metod diferencijalnih jednačina (Kolmogorova) ili teorija, odnosno algoritmi Markova polazi od dijagrama stanja (modela Markova) i koristi se za proračun kako opravljivih sistema tako i neopravljivih sistema. Međutim za neopravljive sisteme pouzdanost se mnogo brže proračunava ranije izloženim metodama, dok je primena ove metode složenija i traži dosta vremena i napora.

Prilikom proračuna pokazatelja pouzdanosti pretpostavlja se da su u trenutku uključivanja svi elementi bili ispravni i da za vreme rada do otkaza, odnosno vremena između otkaza i vremena opravke, važi eksponencijalna raspodela, što znači da buduće ponašanje sistema zavisi samo od sadašnjeg stanja. Takođe, pretpostavlja se da se opravkom sistem vraća iz stanja otkaza u prvobitno stanje.

Ova metoda se sreće pod nazivom metoda diferencijalnih jednačina, jer se zasniva na formiranju sistema diferencijalnih jednačina, koji se, pak, formira na osnovu dijagrama stanja.

Kod primene ove metode postoje pravila za određivanje pokazatelja pouzdanosti direktno iz dijagrama stanja.

Prvo se utvrde sva moguća međusobno isključiva stanja sistema i sastavlja se njegov matematički (logički) model u obliku dijagrama stanja (modela Markova). Na dijagramu stanja se kružnicama ili pravougaonicama prikazuju moguća stanja sistema, a strelicama (na linijama koje povezuju odgovarajuća stanja) mogući pravci prelaza iz jednog stanja u drugo. Na strelicama se označavaju intenziteti prelaza. Na osnovu dijagrama stanja sastavlja se sistem diferencijalnih jednačina za verovatnoće stanja.

Za sastavljanje diferencijalnih jednačina mogu se koristiti sledeća pravila:

- Na levoj strani jednačine nalaze se izvodi po vremenu verovatnoće nalazanja sistema u j -tom stanju u trenutku t , tj. $P_j'(t)$. Svaki član desne strane jednačine dobija se množenjem intenziteta prelaza (otkaza λ , i/ili opravke μ ; kod sistema koji se ne opravljaju postoje samo intenziteti otkaza λ) koji se nalazi iznad strelice i verovatnoće stanja iz koga polazi ta strelica. Broj članova na desnoj strani jednak je broju strelica koje povezuju posmatrano stanje sa drugim stanjima.
- Predznak člana zavisi od smera strelice. Uzima se plus ako je strelica usmerena vrhom ka stanju čija se verovatnoća nalazi na levoj strani jednačine razmatranog stanja, a minus ako je strelica usmerena od tog stanja, tj. suprotno.
- Broj jednačina jednak je broju stanja.
- Sistem diferencijalnih jednačina treba dopuniti uslovom koji se sastoji u tome da je suma verovatnoća svih stanja jednaka jedinici

$$\sum_{j=0}^n P_j(t) = 1$$

gde su:

$P_j(t)$ - verovatnoća nalaza u j-tom stanju,
 $n+1$ - broj mogućih stanja.

Sistem jednačina može se rešavati Laplasovom transformacijom, metodom neodređenih koeficijenata, metodom matrica ili nekom drugom metodom.

Pri analizi pouzdanosti opravljivih sistema ovom metodom obično se rešavaju dva zadatka, prvi, određivanje verovatnoće ispravnog rada odnosno pouzdanosti i, drugi, određivanje raspoloživosti. Kod određivanja pouzdanosti stanje sistema kod koga su svi elementi neispravni smatra se apsorpcionim i intenziteti prelaza iz tog stanja se izostavljaju iz dijagrama stanja na osnovu koga se računa pouzdanost, za razliku od određivanja raspoloživosti kada se oni uzimaju u obzir, tj. sistem se iz stanja potpunog otkaza opravkom vraća u jedno od stanja ispravnog rada. Imajući u vidu prethodne napomene, raspoloživost, koja predstavlja verovatnoću da se sistem nalazi u nekom od stanja ispravnog rada, određuje se relacijom

$$A_s(t) = \sum_{j=1}^k P_j(t) = 1 - \sum_{i=1}^r P_i(t)$$

gde su:

j - stanje ispravnog rada, i
i - stanje otkaza sistema.

Funkcija pouzdanosti dobija se relacijom istog oblika, ali se u dijagramu stanja stanje otkaza sistema smatra apsorpcionim stanjem (sistem se ne može vratiti iz tog stanja).

Raspoloživost u ustaljenom procesu eksploatacije može se odrediti višenačinnom. Neposrednim proračunom granične vrednosti $A_s(t)$ pri $t \rightarrow \infty$, tj.

$$A_s = \lim_{t \rightarrow \infty} A_s(t)$$

ili polazeći od sistema diferencijalnih jednačina, stavljajući $dP_i(t)/dt=0$ i rešavajući sistem algebarskih jednačina za sva stanja ispravnog rada.

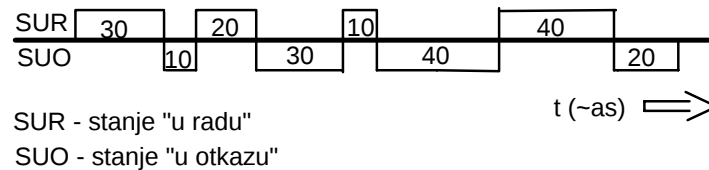
2.

PRIMERI RE[ENIH ZADATAKA I PROBLEMA

2.1. POKAZATELJI EFEKTIVNOSTI I POUZDANOSTI

2.1.1. Vremenska slika stanja i pokazatelji efektivnosti

Zadatak 1. Za element -ija je vremenska slika stanja data na slici 1.1. odrediti operativnu gotovost.



Slika 1.1.

Re{enje:

Operativna gotovost predstavlja odnos vremena "u radu" i ukupnog vremena:

$$G = \frac{\sum_{i=1}^n t_{ur_i}}{\sum_{i=1}^n t_{ur_i} + \sum_{i=1}^n t_{uo_i}}$$

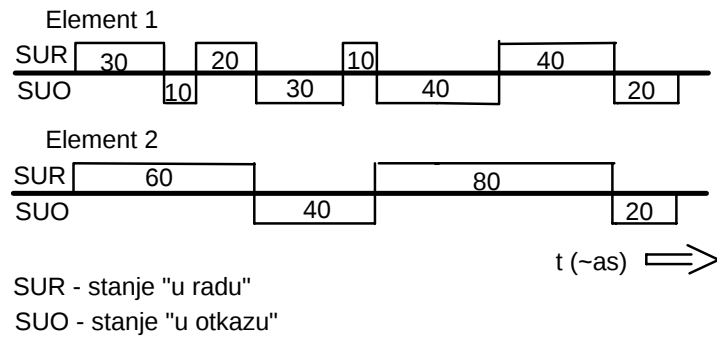
Za posmatrani period, operativna gotovost sistema je:

$$G = \frac{30 + 20 + 10 + 40}{200} = \frac{100}{200} = 0,5$$

Prema tome, operativna gotovost iznosi 0,5 ili 50 %.

Zadatak 2. Sistem se sastoji od dva elementa redno vezana u smislu pouzdanosti. Vremenske slike stanja ova dva elementa date su na slici 2.1. Potrebno je:

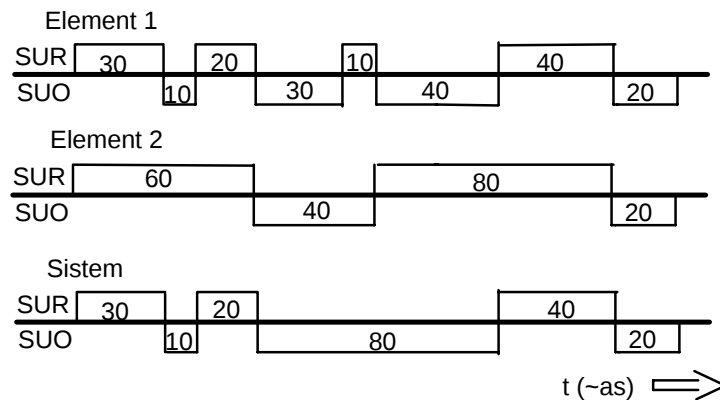
- nacrtati vremensku sliku stanja sistema,
- odrediti operativnu gotovost sistema,
- odrediti srednje vreme izme|u otkaza sistema.



Slika 2.1.

Re{enje:

a) Vremenska slika stanja za sistem, koji ~ine elementi 1 i 2, formira se na slede}i na~in. S obzirom na to da su elementi 1 i 2 u rednoj vezi, to }e sistem biti u stanju "u radu" kada su i element 1 i element 2 u stanju "u radu", {to je predstavljeno vremenskom slikom na slici 2.2.



Slika 2.2.

b) Operativna gotovost predstavlja odnos vremena "u radu" i ukupnog vremena:

$$G = \frac{\sum_{i=1}^n t_{ur_i}}{\sum_{i=1}^n t_{ur_i} + \sum_{i=1}^n t_{uo_i}}$$

Za posmatrani period, operativna gotovost sistema je:

$$G = \frac{30 + 20 + 40}{200} = 0,45$$

c) Vreme između otkaza je vreme između dva susedna otkaza, a srednje vreme između otkaza je aritmetička sredina, tj. zbir vremena "u radu" i vremena izvođenja postupaka održavanja, podeljen sa brojem otkaza:

$$T_0 = \frac{\sum (t_{uo_i} + t_{ur_{i+1}})}{n} \quad (\text{h})$$

gde su:

t_{uo_i} - i-to vreme "u otkazu" (~as),

$t_{ur_{i+1}}$ - sledeće (i+1) vreme "u radu" (~as).

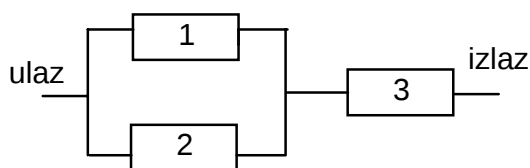
Prema slici 2.2. sledi da je:

$$T_0 = \frac{(10 + 20) + (80 + 40)}{2} = 75 \text{ [h]}$$

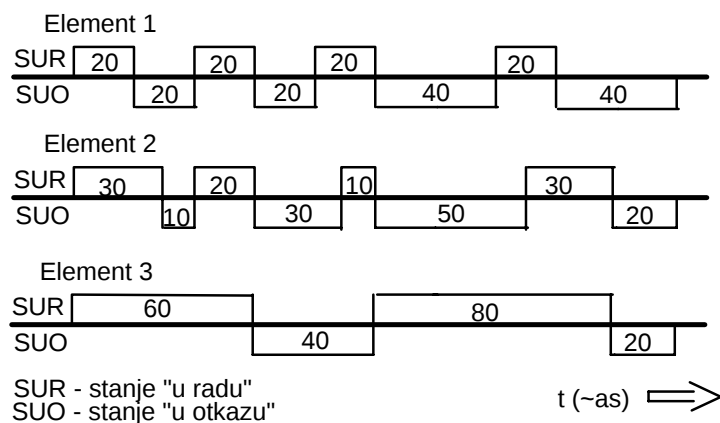
Zadatak 3. Sistem, čiji je blok-dijagram pouzdanosti prikazan na slici 3.1, čine tri elementa, čije su vremenske slike stanja za posmatrani period od 200 ~asova date na slici 3.2. Nacrtati vremensku sliku stanja sistema i iz nje odrediti:

a) srednje vreme između otkaza sistema, i

b) operativnu gotovost sistema.



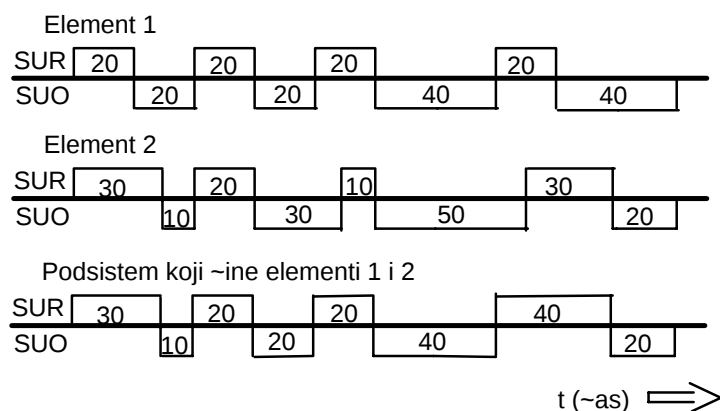
Slika 3.1.



Slika 3.2.

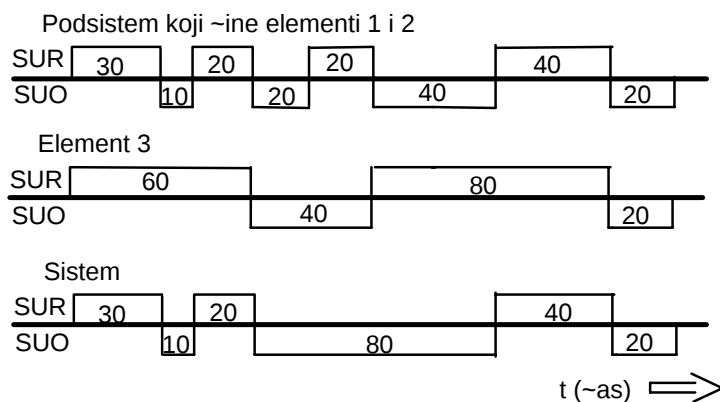
Rešenje:

Vremenska slika stanja sistema se formira tako {to se prvo formira vremenska slika stanja za podsistem koji ~ine elementi 1 i 2, a zatim za ceo sistem. Elementi 1 i 2 su u paralelnoj vezi, pa }e podsistem koji oni ~ine biti u stanju "u radu" ako je bilo koji od ova dva elementa (ili oba elementa) u stanju "u radu", kako je predstavljeno vremenskom slikom na slici 3.3.



Slika 3.3.

Kako je podsistem koji ~ine elementi 1 i 2 u rednoj vezi sa elementom 3, to }e sistem biti u stanju "u radu" kada su podsistem i element 3 u stanju "u radu". Prema tome, koriste}i dobijenu vremensku sliku stanja podsistema, koji ~ine elementi 1 i 2, i vremensku sliku stanja elementa 3, dobija se vremenska slika stanja sistema, kao na slici 3.4.



Slika 3.4.

a) Vreme izme|u otkaza jednako je zbiru vremena "u radu" i vremena izvo|enja postupaka odr`avanja, odnosno to je vreme izme|u dva susedna otkaza, a njegova aritmeti~ka sredina predstavlja srednje vreme izme|u otkaza:

$$T_0 = \frac{\sum (t_{uo_i} + t_{ur_{i+1}})}{n} \quad (h)$$

gde su:

t_{uo_i} i-to vreme "u otkazu" (~as),
 $t_{ur_{i+1}}$ sledeće (i+1) vreme "u radu" (~as).

Prema slici 3.4. sledi da je:

$$T_0 = \frac{(10+20) + (80+40)}{2} = 75 \text{ [h]}$$

b) Operativna gotovost, ili samo gotovost, predstavlja odnos vremena "u radu" i ukupnog vremena:

$$G = \frac{\sum_{i=1}^n t_{ur_i}}{\sum_{i=1}^n t_{ur_i} + \sum_{i=1}^n t_{uo_i}}$$

Za posmatrani period od 200 ~asova, gotovost sistema je:

$$G = \frac{30 + 20 + 40}{200} = 0,45$$

Zadatak 4. Iz prose~ne vremenske slike stanja jednog radarskog sistema u toku sedmice dobijeni su slede}i podaci: sistem radi 4 ~asa dnevno; na vreme zastoja (zbog postupaka korektivnog odr`avanja) otpada 30 ~asova ~asova sedmi~no, od kojih na aktivno vreme opravke (odr`avanja) otpada 16 ~asova. Odrediti:

- a) operativnu gotovost,
- b) ostvarenu gotovost (operativnu raspolo`ivost),
- c) unutra{nju gotovost (sopstvenu raspolo`ivost) ovog radarskog sistema.

Nacrtati vremensku sliku stanja ovog sistema.

Re{enje:

a) Operativna gotovost se odre|uje prema izrazu

$$G = \frac{t_r + t_{nr}}{t_r + t_{nr} + t_o}$$

gde su:

- t_r - vreme u aktivnom radu (vreme kori{}enja),
- t_{nr} - vreme kada sistem ~eka na rad (ne radi ali je ispravan), slobodno vreme,
- t_o - vreme u otkazu (vreme zastoja).

Na osnovu teksta zadatka, vreme u aktivnom radu $t_r = (4 \times 7) = 28$ ~asova sedmi~no, vreme u otkazu $t_o = 30$ ~asova sedmi~no, a slobodno vreme (vreme kada se sistem ne koristi i ne obavljaju opravke, odnosno kada je sistem ispravan) $t_{nr} = 110$ ~asova (jer sedmica ima 168 ~asova), pa je operativna gotovost

$$A_o = G = \frac{28 + 110}{28 + 110 + 30} = \frac{138}{168} = 0,82$$

b) Ostvarena gotovost (operativna raspolo`ivost) odre|uje se prema izrazu

$$A_o = G_o = \frac{t_r}{t_r + t_o} = \frac{28}{28 + 30} = \frac{28}{58} = 0,48$$

c) Unutra{nja gotovost (sopstvena raspolo`ivost) odre|uje se prema izrazu

$$A_i = G_u = \frac{t_r}{t_r + t_{ao}}$$

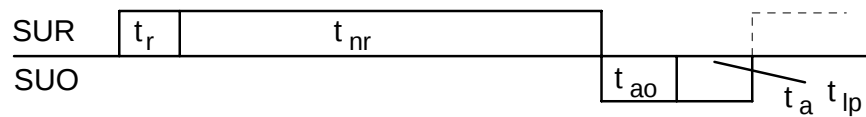
gde je:

t_{ao} - aktivno vreme opravke.

Aktivno vreme opravke $t_{ao} = 16$ ~asova. Prema tome,

$$A_i = \frac{28}{28 + 16} = \frac{28}{44} \approx 0,64$$

Vremenska slika stanja ovog radarskog sistema, u toku jedne sedmice, data je na slici 4.1.



Slika 4.1.

Na slici 4.1 su:

t_a - administrativno vreme,

t_{lp} - logisti~ko vreme.

2.1.2. Funkcija pouzdanosti, raspodele otkaza i intenziteta otkaza

Zadatak 5. Ispituje se $N = 100$ uređaja, koji se pri otkazu ne opravljaju. Do trenutka $t_1 = 7500$ ~asova otkazalo je $n(t_1) = 10$, do trenutka $t_2 = 8000$ ~asova $n(t_2) = 11$, a do trenutka $t_3 = 8500$ ~asova $n(t_3) = 13$ uređaja. Na}i:

- verovatno}u otkaza $Q(t_2)$,
- verovatno}u ispravnog (bezotkaznog) rada, odnosno pouzdanost $R(t_2)$,
- gustinu raspodele vremena rada do otkaza $f(t_2)$ i
- intenzitet otkaza $\lambda(t_2)$ za $t_2 = 8000$ ~asova rada.

Pri odredjivanju $f(t_2)$ i $\lambda(t_2)$ uzeti interval vremena $t_1 \div t_3$ ($t_1 = t_2 - \Delta t/2$; $t_3 = t_2 + \Delta t/2$), gde je $\Delta t = t_3 - t_1$ du}ina tog intervala, a trenutak t_2 se nalazi u sredini intervala.

Re{enje:

a) Verovatno}a otkaza u toku vremena rada t_i mo`e se izra~unati na osnovu relacije:

$$Q^*(t_i) = \frac{n(t_i)}{N}$$

gde su:

- $n(t_i)$ - ukupan broj uređaja (sistema, elemenata) koji su otkazali do trenutka t_i ,
 N - ukupan broj uređaja (sistema, elemenata) koji se posmatra, ispituje.

U skladu sa tim, verovatno}a otkaza u toku vremena rada t_2 je

$$Q^*(t_2) = \frac{n(t_2)}{N}$$

Prema tome, verovatno}a da }e svi uređaji otkazati u toku od $t_2 = 8000$ sati rada je:

$$Q^*(8000) = \frac{n(8000)}{N} = \frac{11}{100} = 0,11$$

b) Verovatno}a ispravnog rada ili, kra}e, pouzdanost u toku vremena rada t_i se mo`e izra~unati relacijom:

$$R^*(t_i) = \frac{N - n(t_i)}{N}$$

odnosno u toku vremena t_2 je

$$R^*(t_2) = \frac{N - n(t_2)}{N}$$

Na osnovu toga, verovatno}a da }e svi uređaji raditi ispravno u toku od $t_2 = 8000$ sati rada je:

$$R^*(8000) = \frac{N - n(8000)}{N} = \frac{100 - 11}{100} = \frac{89}{100} = 0,89$$

Očigledno da je:

$$R^*(t_2) + Q^*(t_2) = 1$$

c) Gustina vremena rada do otkaza u trenutku t_2 može se odrediti relacijom:

$$f^*(t_2) = \frac{\Delta n(t)}{N\Delta t} = \frac{n(t_2 + \Delta t/2, t_2 - \Delta t/2)}{N\Delta t} = \frac{n(t_3) - n(t_1)}{N(t_3 - t_1)}$$

gde je:

$\Delta n(t)$ - broj otkazanih uređaja na intervalu Δt .

Prema tome, u trenutku $t_2 = 8000$ sati, gustina vremena rada do otkaza je:

$$f^*(8000) = \frac{n(8500) - n(7500)}{N\Delta t} = \frac{13 - 10}{100 \cdot 1000} = 3 \cdot 10^{-5} [h^{-1}]$$

d) Intenzitet otkaza u trenutku t_2 može se odrediti relacijom:

$$\lambda^*(t_2) = \frac{f^*(t_2)}{R^*(t_2)} = \frac{\Delta n(t)}{[N - n(t_2)]\Delta t} = \frac{n(t_2 + \Delta t/2, t_2 - \Delta t/2)}{[N - n(t_2)]\Delta t}$$

U skladu sa tim, intenzitet otkaza u trenutku $t_2 = 8000$ sati je:

$$\lambda^*(8000) = \frac{n(8500) - n(7500)}{[100 - n(8000)]\Delta t} = \frac{13 - 10}{(100 - 11) \cdot 1000} = 3,37 \cdot 10^{-5} [h^{-1}]$$

Zadatak 6. Vreme rada do otkaza opisuje se eksponencijalnom raspodelom sa intenzitetom otkaza $\lambda = 1 \cdot 10^{-4}$ otkaza/h-as. Odrediti:

- verovatnoću ispravnog rada (pouzdanost) $R(t_1)$,
- gustinu raspodele vremena rada do otkaza $f(t_1)$ i
- srednje vreme do otkaza T_0 .

Vreme rada $t_1 = 2000$ h-asova.

Rešenje:

a) Verovatnoća ispravnog rada (pouzdanost) za eksponencijalnu raspodelu vremena rada do otkaza određuje se relacijom:

$$P(T > t) = R(t) = e^{-\lambda t}$$

Pouzdanost u trenutku t_1 određuje se relacijom:

$$R(t_1) = e^{-\lambda t_1}$$

U trenutku $t_1 = 2000$ ~asova, pouzdanost iznosi:

$$R(2000) = e^{-1 \cdot 10^{-4} \cdot 2000} = e^{-0,2} \approx 0,819$$

b) Gustina raspodele vremena rada do otkaza, za eksponencijalnu raspodelu vremena rada do otkaza, data je relacijom:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda \cdot t}$$

Do prethodne relacije se može doći i polazeći od relacije za $R(t)$, koristeći se opštom relacijom:

$$f(t) = -\frac{dR(t)}{dt}$$

Gustina raspodele vremena rada do otkaza u trenutku t_1 data je relacijom:

$$f(t_1) = \lambda e^{-\lambda \cdot t_1}$$

Prema tome, gustina raspodele vremena rada do otkaza trenutku $t_1 = 2000$ ~asova iznosi:

$$f(2000) = 1 \cdot 10^{-4} \cdot e^{-1 \cdot 10^{-4} \cdot 2000} = 1 \cdot 10^{-4} \cdot 0,819 = 81,9 \cdot 10^{-6} [h^{-1}]$$

c) Srednje vreme do otkaza određuje se na osnovu opšte relacije:

$$T_0 = \int_0^{\infty} R(t) \cdot dt$$

U slučaju eksponencijalne raspodele vremena rada do otkaza:

$$T_0 = \int_0^{\infty} e^{-\lambda \cdot t} dt, \text{ odnosno } T_0 = \frac{1}{\lambda}$$

Za podatke u zadatku, srednje vreme do otkaza iznosi:

$$T_0 = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{1 \cdot 10^{-4}} = 10^4 [h]$$

Zadatak 7. Odrediti srednje vreme do otkaza T_0 na osnovu rezultata ispitivanja sistema koji se ne opravljaju. Broj ispitivanih sistema $N = 8$. Vreme rada do otkaza svakog i-tog sistema ($i=1, \dots, 8$) prikazano je u tabeli 7.1:

Tabela 7.1

R.br. sistema	1	2	3	4	5	6	7	8
Vreme [~as]	12300	7600	14100	2900	9300	8500	10600	13100

Rešenje:

Srednje vreme do otkaza mo`e se odrediti relacijom:

$$T_o = \sum_{i=1}^N \frac{t_i}{N}, \text{ odnosno } T_o = \sum_{i=1}^8 \frac{t_i}{8}$$

$$T_o = (12300 + 7600 + 14100 + 2900 + 9300 + 8500 + 10600 + 13100) / 8$$

$$T_o = 9780 \text{ h}$$

Zadatak 8. Jedan Nd - YAG laser, koji se koristi za merenje rastojanja, ima srednji broj merenja izmedju otkaza 3000000. Ako se u toku jedne sekunde izvr{i 10 merenja, na}i pouzdanost tog lasera u toku 0,5 ~asova neprekidnog merenja. Pretpostaviti da se mo`e primeniti eksponencijalna raspodela.

Re{enje:

Ovaj zadatak se mo`e re{iti na dva na~ina:

I na~in:

Ako se `eli koristiti relacija za pouzdanost u funkciji vremena, srednji broj merenja izmedju otkaza da mora se izraziti preko srednjeg vremena izmedju otkaza. Kako je srednji broj merenja izmedju otkaza 3000000, a u toku 1 sekunde se izvr{i 10 merenja, srednje vreme izmedju otkaza (MTBF) ili T_o je:

$$T_o = 3\,000\,000 : 10 = 300\,000 \text{ s} = 83,33 \text{ h}$$

S obzirom na to da va`i eksponencijalna raspodela, intenzitet otkaza je

$$\lambda = \frac{1}{T_o} = \frac{1}{83,33} = 0,012 \text{ otkaza/~as}$$

Sada je pouzdanost u toku 0,5 h neprekidnog merenja lasera:

$$R(t = 0,5 \text{ h}) = e^{-\lambda t} = e^{-0,012 \cdot 0,5} = e^{-0,006} = 0,994$$

II na~in:

Isti rezultat mo`e se dobiti kori{}enjem relacije za pouzdanost u funkciji broja merenja umesto u funkciji vremena. Po{to je srednji broj merenja izmedju otkaza 3000000, intenzitet otkaza, izra`en brojem otkaza prema broju merenja, bi}e (s obzirom na to da va`i eksponencijalna raspodela) jednak recipro~noj vrednosti srednjeg broja merenja:

$$\lambda = \frac{1}{\text{sr. broj merenja izme | u otkaza}} = \frac{1}{3 \cdot 10^6} = 0,33 \cdot 10^{-6} \text{ otkaza/broj merenja}$$

Imaju}i u vidu da radu lasera od 0,5 h odgovara 18 000 merenja (10 merenja/s x 60" x 30'), pouzdanost za 18 000 merenja bi}e:

$$R(\text{broj merenja}) = e^{-(\text{int. otk. [otk./br. mer.] x broj merenja})}$$

odnosno

$$R(18000) = e^{-0,33 \cdot 10^{-6} \cdot 18 \cdot 10^3} = e^{-6 \cdot 10^{-3}} = e^{-0,006} = 0,994$$

Dobijeni rezultat je očigledno isti kao i dobijen rezultat kod prvog načina rešavanja zadatka. Ovaj zadatak je ilustracija situacije kada se pokazatelji pouzdanosti opisuju nekom drugom pogodnom karakteristikom proizvoda (ovde je to broj merenja), a ne vremenom kako je to uobičajeno.

Zadatak 9. Radiovisinomer ima eksponencijalnu raspodelu vremena rada do otkaza. Potrebno je:

- odrediti verovatnoću bezotkaznog rada (pouzdanost) u toku vremena rada t_r koje je jednako srednjem vremenu rada do otkaza T_0 ;
- skicirati zavisnost $R(t)$ i naznačiti na ordinati vrednost pouzdanosti za koju se dobija $t_r = T_0$.

Rešenje:

a) Pouzdanost u slučaju eksponencijalne raspodele otkaza određuje se relacijom

$$R(t_r) = e^{-\lambda \cdot t_r}$$

Kako za eksponencijalnu raspodelu vremena rada do otkaza važi da je:

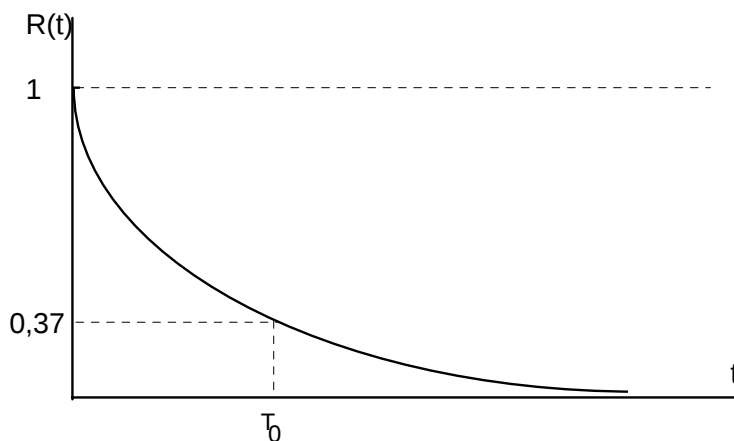
$$\lambda = \frac{1}{T_0}$$

to je za $t_r = T_0$:

$$R(T_0) = e^{-T_0/T_0} = e^{-1} = \frac{1}{e} \approx 0,37$$

odnosno pouzdanost iznosi oko 37%.

b) Tražena skica ima izgled kao na slici 9.1.



Slika 9.1.

Zadatak 10. Odrediti pouzdanost ure|aja u toku vremena koje odgovara srednjem vremenu rada do otkaza, ako je vremenska zavisnost intenziteta otkaza $\lambda(t) = at$ posledica starenja materijala. Kako }e glasiti izraz za funkciju gustine raspodele vremena rada do otkaza $f(t)$?

Re{enje:

Polaze}i od relacije

$$R(t) = R_0 \cdot e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}$$

dobija se :

$$R(t) = e^{-\int_0^t a \cdot t \cdot dt} = e^{-\frac{at^2}{2}}$$

Srednje vreme do otkaza dobija se polaze}i od relacije:

$$T_{sr} = \int_0^{\infty} t \cdot f(t) dt = \int_0^{\infty} R(t) dt$$

Posle zamene izraza za $R(t)$, dobija se:

$$T_{sr} = \int_0^{\infty} e^{-\frac{at^2}{2}} dt = \frac{1,253}{\sqrt{a}}$$

jer je

$$\int_0^{\infty} e^{-c^2 x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2c}$$

Kona~no je pouzdanost ure|aja u toku vremena koje odgovara srednjem vremenu rada do otkaza:

$$R(T_{sr}) = e^{-\frac{a}{2} \cdot \frac{1,253^2}{a}} = e^{-0,784} = 0,46$$

Kada su poznate funkcija intenziteta otkaza i funkcija pouzdanosti, polaze}i od relacije:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$$

za funkciju gustine raspodele vremena rada do otkaza dobija se

$$f(t) = \lambda(t) \cdot R(t) = a \cdot t \cdot e^{-\int_0^t a \cdot t \cdot dt} = a \cdot t \cdot e^{-\frac{at^2}{2}}$$

Zadatak 11. Intenzitet otkaza bloka za napajanje je $\lambda(t) = a t$ [1/~as]. Odrediti:

- verovatno}u bezotkaznog rada izvora u toku intervala vremena rada (t_1, t_2), ako je $a = 10^{-5}$ 1/~as², $t_1 = 1000$ sati, $t_2 = 1100$ sati,
- srednje vreme bezotkaznog rada ovog bloka za napajanje.

Re{enje:

a) Ako je poznat intenzitet otkaza, verovatno}a bezotkaznog rada, odnosno pouzdanost u intervalu vremena rada t_1 do t_2 mo`e se odrediti relacijom:

$$R(t_1, t_2) = e^{-\int_{t_1}^{t_2} \lambda(\tau) d\tau}$$

Posle zamene izraza za intenzitet otkaza dobija se:

$$R(t_1, t_2) = e^{-\int_{t_1}^{t_2} a\tau d\tau} = e^{-\frac{a}{2}(t_2^2 - t_1^2)}$$

Za zadate uslove u zadatku:

$$R(1000, 1100) = e^{-\frac{10^{-5}}{2}(1100^2 - 1000^2)} = e^{-1.05} = 0,35$$

Zadatak se mo`e re{iti i primenom relacije:

$$R(t_1, t_2) = \frac{R(t_2)}{R(t_1)}$$

Ova relacija je ekvivalentna gornjoj relaciji. Dokazati samostalno radi ve`be.

b) Na osnovu definicije srednjeg vremena bezotkaznog rada i za zadate brojne vrednosti dobijamo slede}i rezultat:

$$T_{sr} = \int_0^{\infty} R(t) dt = \int_0^{\infty} e^{-\frac{at^2}{2}} dt = \int_0^{\infty} \sqrt{\frac{2}{a}} e^{-x^2} = \sqrt{\frac{2}{a}} \frac{\sqrt{\pi}}{2} = \sqrt{\frac{\pi}{2a}} \approx 396,33h$$

Zadatak 12. Pouzdanost $R(t)$ opada linearno:

$$R(t) = 1 - \frac{t}{t_0} \quad \text{za } 0 < t < t_0, \quad R(t) = 0 \quad \text{za } t > t_0.$$

Odrediti:

- a) intenzitet otkaza $\lambda(t)$ i
- b) srednje vreme bezotkaznog rada T_o .

Re{enje:

a) Ako je poznata funkcija pouzdanosti, funkcija intenziteta otkaza se mo`e odrediti relacijom:

$$\lambda(t) = -\frac{dR(t)/dt}{R(t)}$$

Posle zamene izraza za $R(t)$, diferenciranja i sredjivanja, dobija se:

$$\lambda(t) = -\frac{\frac{d}{dt}(1-\frac{t}{t_0})}{1-\frac{t}{t_0}} = \frac{1}{t_0-t}, \text{ kada } t \rightarrow t_0, \lambda(t) \rightarrow \infty.$$

b) Kada je poznata funkcija pouzdanosti, srednje vreme bezotkaznog rada dobija se relacijom:

$$T_0 = \int_0^{\infty} R(t) dt$$

Posle zamene izraza za $R(t)$ i obavljanja integracije u granicama u kojima postoji funkcija pouzdanosti, dobija se:

$$T_0 = \int_0^{t_0} (1 - \frac{t}{t_0}) dt = \frac{t_0}{2}$$

Zadatak 13. Odrediti srednje vreme do otkaza za 2500 elemenata, ako je za vreme rada od 5 sati potrebna pouzdanost $R(t) = 0,98$. Otkazi podle`u eksponencijalnom zakonu raspodele.

Re{enje:

Na osnovu zakona o eksponencijalnoj raspodeli otkaza, s obzirom da je srednje vreme izmedju otkaza jednako recipro~noj vrednosti intenziteta otkaza, imamo:

$$R(5) = 0,98 = e^{-\frac{5}{T_0}} = e^{-\frac{5}{T_0}}$$

Logaritmovanjem se dobija:

$$\frac{5}{T_0} = 0,02, \text{ odakle je } T_0 = 250 \text{ ~asova.}$$

Zadatak 14. Analizom rezultata na|eno je da je funkcija raspodele vremena rada do otkaza nekog ure|aja

$$f(t) = 2\lambda e^{-\lambda t} (1 - e^{-\lambda t})$$

Odrediti ostale pokazatelje pouzdanosti.

Re{enje:

$$R(t) = 1 - \int_0^t 2\lambda e^{-\lambda t} (1 - e^{-\lambda t}) dt = 1 - 2\lambda \int_0^t e^{-\lambda t} dt + 2\lambda \int_0^t e^{-2\lambda t} dt$$

odnosno

$$R(t) = 1 + 2\lambda e^{-\lambda t} - 2 - e^{-2\lambda t} + 1 = 2\lambda e^{-\lambda t} - e^{-2\lambda t}$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{2\lambda e^{-\lambda t}(1 - e^{-\lambda t})}{2e^{-\lambda t} - e^{-2\lambda t}} = \frac{2\lambda e^{-\lambda t}(1 - e^{-\lambda t})}{e^{-\lambda t}(2 - e^{-\lambda t})} = \frac{2\lambda(1 - e^{-\lambda t})}{2 - e^{-\lambda t}}$$

$$T_{sr} = \int_0^{\infty} R(t) dt = \int_0^{\infty} (2e^{-\lambda t} - e^{-2\lambda t}) dt = \frac{2}{\lambda} - \frac{1}{2\lambda} = \frac{3}{2\lambda}$$

Zadatak 15. Pouzdanost nekog sistema data je relacijom

$$R(t) = 3e^{-\lambda t} - 3e^{-2\lambda t} + e^{-3\lambda t}$$

Odrediti: funkciju raspodele vremena rada do otkaza $f(t)$, intenziteta otkaza $\lambda(t)$ i srednje vreme bezotkaznog rada T_{sr} .

Re{enje:

$$f(t) = -\frac{dR(t)}{dt} = 3\lambda e^{-\lambda t} - 6\lambda e^{-2\lambda t} + 3\lambda e^{-3\lambda t}$$

odnosno

$$f(t) = 3\lambda e^{-\lambda t} (1 - 2e^{-\lambda t} + e^{-2\lambda t}) = 3\lambda e^{-\lambda t} (1 - e^{-\lambda t})^2$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{3\lambda e^{-\lambda t} (1 - e^{-\lambda t})^2}{e^{-\lambda t} (3 - 3e^{-\lambda t} + e^{-2\lambda t})} = \frac{3\lambda (1 - e^{-\lambda t})^2}{(3 - 3e^{-\lambda t} + e^{-2\lambda t})}$$

$$T_{sr} = \int_0^{\infty} R(t) dt = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} (3 - 3e^{-\lambda t} + e^{-2\lambda t}) dt = \frac{3}{\lambda} - \frac{3}{2\lambda} + \frac{1}{3\lambda} = \frac{11}{6\lambda}$$

Zadatak 16. Funkcija raspodele vremena rada do otkaza nekog podsistema data je relacijom

$$f(t) = 6\lambda e^{-2\lambda t} (1 - e^{-\lambda t})$$

Odrediti:

- relaciju za pouzdanost $R(t)$, intenzitet otkaza $\lambda(t)$ i srednje vreme bezotkaznog rada T_{sr} ;
- brojnu vrednost za $R_S(t)$, $\lambda_S(t)$ i T_{sr} , ako je $\lambda = 10^{-7} \text{ h}^{-1}$ u toku 10000 ~asova rada.

Re{enje:

a)

$$R(t) = 1 - \int_0^t 6\lambda e^{-2\lambda t} (1 - e^{-\lambda t}) dt = 3e^{-2\lambda t} - 2e^{-3\lambda t} = e^{-2\lambda t} (3 - 2e^{-\lambda t})$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{6\lambda e^{-2\lambda t} (1 - e^{-\lambda t})}{e^{-2\lambda t} (3 - 2e^{-\lambda t})} = \frac{6\lambda (1 - e^{-\lambda t})}{3 - 2e^{-\lambda t}}$$

$$T_{sr} = \int_0^{\infty} R(t) dt = \int_0^{\infty} (3e^{-2\lambda t} - 2e^{-3\lambda t}) dt = \frac{3}{2\lambda} - \frac{2}{3\lambda} = \frac{5}{6\lambda}$$

b)

$$R(1000) = e^{-2 \cdot 10^{-7} \cdot 10^4} (3 - 2e^{-10^{-7} \cdot 10^4}) = 0,989975$$

$$\lambda(1000) = \frac{6 \cdot 10^{-7} e^{-2 \cdot 10^{-7} \cdot 10^4} (1 - e^{-10^{-7} \cdot 10^4})}{0,989975} = 6,0456 \cdot 10^{-10} \text{ h}^{-1}$$

$$T_{sr} = \frac{5}{6} 10^7 \text{ h}$$

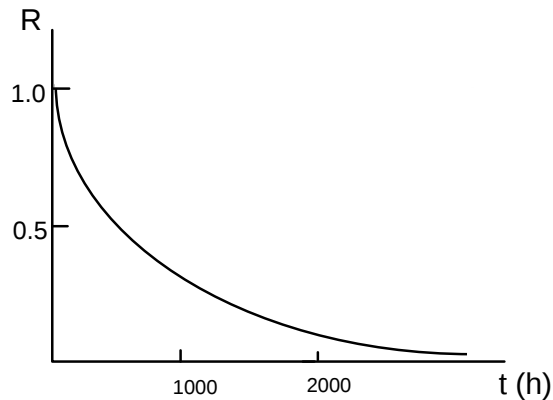
Zadatak 17. Funkcija pouzdanosti jednog sklopa radio-uređaja za vezu, koji nije predviđen da se opravlja, data je relacijom:

$$R(t) = e^{-\frac{t}{1000}}$$

Radio-uređaj radi u ciklusima od po 10 ~asova. Analizirati promenu pouzdanosti sklopa u toku eksploatacije u toku vremena rada od 2500 h.

Re{enje:

Grafik funkcije pouzdanosti prikazan je na slici 17.1.

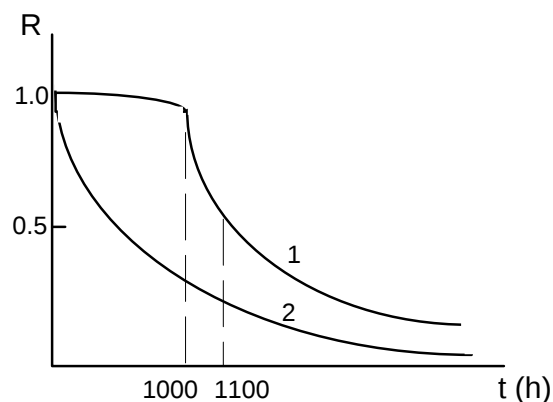


Slika 17.1.

Iz relacije za pouzdanost datog sklopa vidi se da vreme rada do otkaza podle`e eksponencijalnom zakonu raspodele. Intenzitet otkaza sklopa je konstantan i u ovom slu~aju iznosi $\lambda = 10^{-3} \text{ 1/h}$. Pouzdanost u slu~aju eksponencijalne raspodele vremena rada do otkaza ne zavisi od prethodnog vremena rada sklopa. Prema tome, verovatno}a bezotkaznog rada (pouzdanost) sklopa u toku svakog ciklusa rada $\Delta t = 10 \text{ h}$ je ista pri bilo kom prethodnom vremenu rada i iznosi:

$$R(t) = e^{-\frac{10}{1000}} \approx 1 - 0,01 = 0,99.$$

Zadatak 18. Na slici 18.1. date su, u grafičkom obliku, funkcije pouzdanosti dve varijante projektanskog rešenja jednog sklopa koji nije predviđen da se opravljaju. Potrebno je komparirati pouzdanost te dve varijante u toku intervala rada (1000, 1100) h.



Slika 18.1.

Rešenje:

Sa sl. 18.1. vidi se da je u intervalu rada (1000, 1100) h nagib krive funkcije pouzdanosti prve varijante sklopa (1) veći od nagiba krive funkcije pouzdanosti druge varijante istog sklopa (2). Zbog toga je, u ovom slučaju pouzdanost druge varijante sklopa u toku intervala rada (1000, 1100) h veća u poredjenju sa pouzdanosti prve varijante sklopa. Taj kvalitativan zaključak može se potvrditi ako se proračunaju verovatnoće ispravnog rada u toku posmatranog intervala rada za ove dve varijante sklopa:

$$R_1(1000, 1100) = \frac{R_1(1100)}{R_1(1000)} = \frac{0,71}{0,90} = 0,79, \text{ i}$$

$$R_2(1000, 1100) = \frac{R_2(1100)}{R_2(1000)} = \frac{0,31}{0,37} = 0,84$$

Do istog zaključka može se doći ako se odrede i funkcije intenziteta otkaza $\lambda_1(t)$ i $\lambda_2(t)$. To uraditi kroz samostalan rad.

Zadatak 19. U toku ispitivanja 100 elemenata koji se ne opravljaju, zabeleženi su otkazi 12 elemenata. Vreme rada do otkaza (u časovima) je sledeće: 58, 110, 117, 198, 387, 570, 610, 720, 798, 820, 840, 921. Posle dvanaestog otkaza posmatranje je prekinuto. Odrediti srednje vreme rada do otkaza elemenata.

Rešenje:

Ukupno vreme rada svih 100 elemenata je:

$$T_{uk} = \sum_{i=1}^{12} t_i + (100-12) \cdot t_{isp} = 87197 \text{ h}$$

gde su:

- t_i - vreme do otkaza i-tog elementa ($i=1 \dots 12$),
- t_{isp} - vreme ispitivanja elemenata (iznosi 921 ~as, kada je otkazao dvanaesti element, posle koga je ispitivanje prekinuto).

Srednje vreme rada do otkaza je:

$$MTTF = T_o = \frac{T_{uk}}{\text{broj otkaza}} = \frac{87197}{12} \approx 7265 \text{ h}$$

Zadatak 200. Odrediti koliko srednje vreme rada do otkaza treba da ima uređaj, za koji važi eksponencijalna raspodela vremena rada do otkaza, ako verovatnoća ispravnog rada tog uređaja u toku vremena rada od $t_i = 300 \text{ h}$ ne treba da bude manja od 0,99.

Rešenje:

Verovatnoća ispravnog rada (pouzdanost), pri eksponencijalnoj raspodeli vremena rada do otkaza, određuje se relacijom:

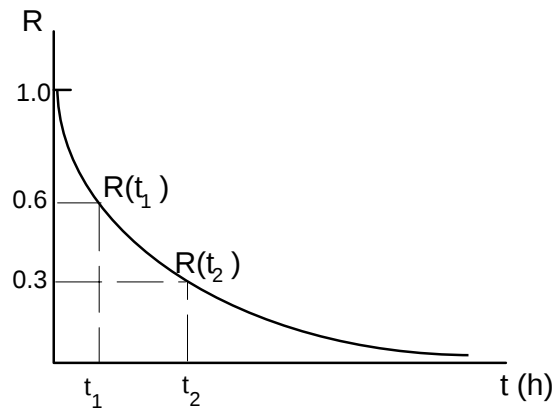
$$R(t_i) = e^{-\frac{t_i}{T_0}} \approx 1 - \frac{t_i}{T_0}$$

gde je $T_0 = 1/\lambda$.

Odatle je prema uslovu zadatka:

$$T_0 \geq \frac{t_i}{1 - R(t_i)} = \frac{300}{1 - 0,99} = 3 \cdot 10^4 \text{ h.}$$

Zadatak 21. Poznata je funkcija pouzdanosti $R(t)$, data na slici 21.1. Uređaj je odradio interval vremena $(0, t_1)$ i ispravan je u trenutku t_1 . Treba odrediti verovatnoću ispravnog rada toga uređaja u toku intervala rada (t_1, t_2) .



Slika 21.1.

Rešenje:

Verovatnoća ispravnog rada u toku zadatog intervala rada (t_1, t_2) , uz uslov da je uređaj odradio vreme $(0, t_1)$ i bio ispravan u trenutku t_1 , jednaka je odnosu verovatnoća ispravnog rada tog uređaja na kraju i na početku intervala vremena rada i određuje se relacijom:

$$R(t_1, t_2) = \frac{R(t_2)}{R(t_1)}$$

Posle zamene vrednosti funkcije pouzdanosti sa slike 21.1, gornja relacija, glasi:

$$R(t_1, t_2) = \frac{0,3}{0,6} = 0,5$$

Zadatak 22. Analizom otkaza nekog uređaja došlo se do funkcije raspodele u obliku

$$f(t) = C_1 \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 \lambda_2 e^{-\lambda_2 t}$$

gde su C_1 , λ_1 , C_2 , λ_2 konstante. Odrediti ostale kvantitativne pokazatelje pouzdanosti ovog uređaja.

Rešenje:

Za funkciju pouzdanosti se dobija

$$R(t) = 1 - \int_0^t f(t) dt = 1 - \int_0^t (C_1 \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 \lambda_2 e^{-\lambda_2 t}) dt$$

$$R(t) = 1 - \left[\int_0^t C_1 \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} dt + \int_0^t C_2 \lambda_2 e^{-\lambda_2 t} dt \right] = 1 - (C_1 + C_2) + C_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_2 t}$$

Treba izraziti sumu $C_1 + C_2$. Kako je

$$\int_0^{\infty} f(t) dt = 1$$

posle uvr{tavanja izraza za $f(t)$ i integraljenja, dobija se:

$$\int_0^{\infty} C_1 \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} dt + \int_0^{\infty} C_2 \lambda_2 e^{-\lambda_2 t} dt = C_1 + C_2 = 1$$

Kona~no je:

$$R(t) = C_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_2 t}$$

Funkcija intenziteta otkaza glasi:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{C_1 \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 \lambda_2 e^{-\lambda_2 t}}{C_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_2 t}}$$

Za srednje vreme rada do otkaza dobija se

$$T_{sr} = \int_0^{\infty} R(t) dt = C_1 \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t} dt + C_2 \int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 t} dt = \frac{C_1}{\lambda_1} + \frac{C_2}{\lambda_2} .$$

Zadatak 23. Kolika je pouzdanost elementa za $t = 1000$ -asova sa intenzitetom otkaza $\lambda_0 = 0,191 \cdot 10^{-6}$, koja je dobijena u laboratoriji, ako bi element bio ugradjen na ure|aju u: a) vazduhoplovu, b) vozu, c) motornom vozilu, d) brodu i e) stacionarnoj ma{ini. U tabeli 23.1. dati su koeficijenti uticaja uslova okoline rada elementa K_0 .

Tabela 23.1.

USLOVI OKOLINE RADA	K_0
Vazduhoplov	120
@eleznica	70
Motorno vozilo	50
Brod	40
Stacionarna ma{ina	15
Laboratorija	1

Re{enje:

Za veliki broj elektronskih elemenata postoje podaci o pouzdanosti, naj-e{}e izra`eni preko intenziteta otkaza λ . Ovi podaci poti-u iz ispitivanja koja su laboratorijskog karaktera, a ne iz realnih (stvarnih) eksploatacionih uslova. Zbog toga treba te, nominalne, vrednosti intenziteta otkaza korigovati u skladu sa stvarnim radnim uslovima. Zbog toga se uvode korekcionni faktori kojima se uzima u obzir uticaj stvarnih uslova

eksploatacije u odnosu na uslove ispitivanja (nominalni uslovi). Za korekciju, odnosno procenu vrednosti λ u realnim uslovima rada koristi se relacija:

$$\lambda = \lambda_{nom} \cdot K_{ro} \cdot K_o \cdot \prod_{i=1}^n K_i$$

gde su:

- λ_{nom} - nominalna vrednost intenziteta otkaza,
- K_{ro} - faktor realnih radnih opterećenja,
- K_o - faktor uslova okoline,
- K_i - ostali uticajni relevantni faktori.

Ako u navedenom izrazu neki od faktora nije poznat, smatra se da je njegova vrednost jednaka 1. Vrednosti K_{ro} i K_o najčešće se daju tabelarno ili u obliku dijagrama. Vrednosti K_o usvajaju se iskustveno ili na osnovu preporuka odgovarajućih standarda, na primer, MIL STD. Ovi podaci se najčešće daju za elektronske elemente: za mašinske elemente teško ih je saznati, jer se mašinski elementi posebno konstruišu i dimenzionišu od različitih materijala, sa specifičnim opterećenjima itd. Međutim, u poslednje vreme mogu se naći podaci i za ove elemente.

U navedenom slučaju intenzitet otkaza se određuje prema relaciji:

$$\lambda_i = \lambda_0 \cdot K_{oi}$$

Prema tome:

$$\lambda_a = \lambda_0 \cdot K_{0a} = 0,191 \cdot 10^{-6} \cdot 120 = 22,92 \cdot 10^{-6} \cdot [1/h]$$

$$\lambda_b = \lambda_0 \cdot K_{0b} = 0,191 \cdot 10^{-6} \cdot 70 = 13,37 \cdot 10^{-6}$$

$$\lambda_c = \lambda_0 \cdot K_{0c} = 0,191 \cdot 10^{-6} \cdot 50 = 9,55 \cdot 10^{-6}$$

$$\lambda_d = \lambda_0 \cdot K_{0d} = 0,191 \cdot 10^{-6} \cdot 40 = 7,64 \cdot 10^{-6}$$

$$\lambda_e = \lambda_0 \cdot K_{0e} = 0,191 \cdot 10^{-6} \cdot 15 = 2,865 \cdot 10^{-6}$$

$$\lambda_f = \lambda_0 \cdot K_{0f} = 0,191 \cdot 10^{-6} \cdot 1 = 0,191 \cdot 10^{-6}$$

Na osnovu ovih vrednosti dobijaju se vrednosti pouzdanosti prema relaciji:

$$R_i = e^{-\lambda_i \cdot t}$$

Prema tome:

$$\begin{array}{lll} R_a = 0,9773451, & R_b = 0,9867285, & R_c = 0,990501, \\ R_d = 0,9923982, & R_e = 0,9971481, & R_f = 0,9981, \end{array}$$

Zadatak 24. Za metalizirane otpornike, čiji otkazi podležu eksponencijalnom zakonu raspodele, sa intenzitetom otkaza $\lambda(t) = 10^{-5} \text{ h}^{-1} = \text{const.}$, potrebno je:

- a) odrediti srednje vreme do otkaza T_0
- b) odrediti i grafički prikazati funkciju uestalosti (gustine) raspodele $f(t)$ od $t = 0$ do 300000 časova,

- c) grafi-ki prikazati funkciju intenziteta otkaza $\lambda(t)$,
d) odrediti i grafi-ki prikazati funkciju pouzdanosti $R(t)$.

Re{enje:

a) Srednje vreme do otkaza za eksponencijalnu raspodelu je:

$$T_0 = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{10^{-5}} = 100000 \cdot [h]$$

b) Gustina raspodele predstavlja diferencijal funkcije pouzdanosti sa predznakom "-":

$$f(t) = -\frac{dR(t)}{dt} = -\frac{d}{dt}(-e^{-\lambda t}) = \lambda e^{-\lambda t}$$

Na primer, za $t=0, 10^5$ i 10^6 ~asova dobija se:

$$f(0) = 10^{-5} e^{-10^{-5} \cdot 0} = 10^{-5} = \lambda$$

$$f(10^5) = 10^{-5} e^{-10^{-5} \cdot 10^5} = 0,37 \cdot 10^{-5}$$

$$f(10^6) = 10^{-5} e^{-10^{-5} \cdot 10^6} = 4,5 \cdot 10^{-10}$$

Ostale vrednosti su date u tabeli 24.1, a grafi-ki prikaz na slici 24.1.

c) Grafi-ki prikaz funkcije $\lambda(t) = 10^{-5} \text{ h}^{-1} = \text{const.}$ je prikazan, tako |e, na slici 24.1.

d) Vrednosti funkcije pouzdanosti za neke vrednosti vremena t date su u tabeli 24.1. Na primer, za $t=0, 10^5$ i 10^6 ~asova, $R(t)$ je:

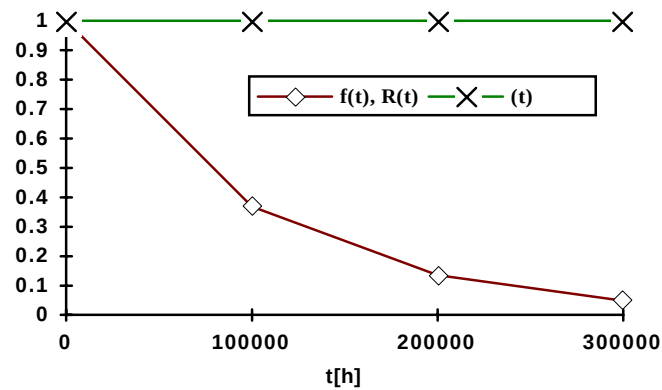
$$R(0) = e^{-\lambda \cdot t} = e^{-10^{-5} \cdot 0} = 1$$

$$R(10^5) = e^{-10^{-5} \cdot 10^5} = 0,368$$

$$R(10^6) = e^{-10^{-5} \cdot 10^6} = 0,000045$$

Tabela 24.1.

$t \times 10^4 [h]$	0	2	5	10	20	30
$f \times 10^{-5} [h]$	1	0,819	0,606	0,368	0,135	0,049
$R(t)$	1	0,819	0,606	0,368	0,135	0,049
$\lambda [h]$	$10^{-5} = \text{const.}$					



Slika 24.1.

Zadatak 25. U intervalima od po jednog ~asa bele`en je broj otkaza  $N = 35$  elemenata; dobijeni su slede`i podaci, dati u tabeli 25.1.

Tabela 25.1.

Vreme rada t_i [h]	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Broj otkaza $\Delta n(t_i)$	0	3	3	5	8	7	6	2	1

Potrebno je odrediti:

- verovatno}u otkaza (nepouzdanost) u pojedinim trenucima vremena t_j ,
- verovatno}u ispravnog rada (pouzdanost) u pojedinim trenucima vremena t_j ,
- verovatno}u ispravnog rada u intervalu 2 ~asa do 6 ~asova rada,
- verovatno}u otkaza u intervalu 2 ~asa do 6 ~asova rada,
- srednje vreme rada do otkaza.

Re{enje:

a) Verovatno}a otkaza (nepouzdanost) u trenutku t_j odredjuje se relacijom:

$$Q(t_i) = F(t_i) = \frac{n(t_i)}{N} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^i \Delta n(t_k)$$

gde su:

$n(t_j)$ - broj otkaza do trenutka t_j (u intervalu $0 \div t_j$), koji se odre|uje relacijom:

$$n(t_i) = \sum_{k=1}^i \Delta n(t_k)$$

$\Delta n(t_k)$ - broj otkaza u intervalu Δt_k , $k = 1 \dots i$.

N - ukupan broj otkaza, odnosno elemenata.

Tako je:

$$Q(t_1) = \frac{n(t_1)}{N} = \frac{\Delta n(t_1)}{N} = \frac{0}{35} = 0$$

$$Q(t_2) = \frac{n(t_2)}{N} = \frac{\Delta n(t_1) + \Delta n(t_2)}{N} = \frac{0+3}{35} = 0,086, \text{ i tako dalje.}$$

Rezultati za $Q(t_i)$ za vreme rada $t_i = 1, 2, 3, \dots, 10$ ~asova, sredjeni su u tabeli 25.2:

Tabela 25.2.

t_i [h]	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$n(t_i)$	0	3	6	11	19	26	32	34	35
$N-n(t_i)$	35	32	29	24	16	9	3	1	0
$Q(t_i)=F(t_i)$	0	0,086	0,171	0,314	0,543	0,743	0,914	0,971	1,00
$R(t_i)$	1	0,914	0,829	0,686	0,457	0,257	0,086	0,029	0

b) Verovatno}a ispravnog rada (pouzdanost) odre}uje se relacijom

$$R(t_i) = \frac{N - n(t_i)}{N}$$

i mo}e se izra}unati za pojedino vreme rada kao i funkcija nepouzdanosti u slu}aju pod a). Me}utim, s obzirom na to da izme}u pouzdanosti i nepouzdanosti va}i veza

$$R(t_i) + Q(t_i) = 1$$

to se pouzdanost mo}e izra}unati na osnovu ve} poznate nepouzdanosti, koriste}i podatke iz tabele 25.2. Na primer, verovatno}a ispravnog rada (pouzdanost) za $t = 4$ ~asa, tj.:

$$R(4) = 1 - Q(4) = 1 - 0,314 = 0,686$$

Izra}unati podaci za pouzdanost dati su u poslednjem redu tabele 25.2.

c) Verovatno}a ispravnog rada (pouzdanost) za neki period $(t, t + t_p)$, pod uslovom da je elemenat odradio vreme t , nalazi se po obrazcu:

$$R(t, t + t_p) = \frac{R(t + t_p)}{R(t)}$$

Verovatno}a da }e elemenat ispravno raditi od 2 ~asa do 6 ~asova, pod uslovom da je odradio 2 ~asa ispravno, za podatke u zadatku, iznosi:

$$R(2,6) = \frac{R(6)}{R(2)} = \frac{1 - Q(6)}{1 - Q(2)} = \frac{1 - 0,743}{1 - 0,086} = \frac{0,257}{0,914} = 0,28$$

d) Verovatno}a otkaza (nepouzdanost) za neki period $(t, t + t_p)$, pod uslovom da je elemenat odradio vreme t , nalazi se po obrazcu:

$$F(t, t + t_p) = Q(t, t + t_p) = 1 - R(t, t + t_p) = 1 - \frac{R(t + t_p)}{R(t)}$$

Za navedeno, verovatno}a da }e elemenat otkazati u periodu od 2 ~asa do 6 ~asova rada (nepouzdanost), pod uslovom da je elemenat odradio 2 ~asa ispravno, iznosi:

$$F(2,6) = 1 - R(2,6) = 1 - 0,28 = 0,72$$

e) Srednje vreme do otkaza može se odrediti relacijom:

$$T_o = \sum_{i=1}^N \frac{t_i}{N}$$

gde su:

t_i - vreme rada i-tog elementa,

N - ukupan broj elemenata.

Iz tabele 25.1 vidi se da je 35 elemenata radilo 1 ~as, 32 elementa po{ jedan ~as, 29 elemenata po{ jedan ~as itd. Prema tome:

$$T_0 = \frac{1}{35} (35 + 32 + 29 + 24 + 16 + 9 + 3 + 1) \cdot 1 = \frac{149}{35} = 4,257 \text{ h}$$

[to zna~i da srednje vreme do otkaza iznosi 4,257 ~asova.

Srednje vreme rada do otkaza može se, tako |e, izra~unati relacijom:

$$T_0 \approx \sum_{i=1}^n R(t_i) \cdot \Delta t_i = \sum_{i=1}^n [1 - F(t_i)] \cdot \Delta t_i$$

Kako je $\Delta t_i = 1 \text{ h}$, $i = 1, \dots, 9$, dobija se:

$$T_0 \approx (1-0)1 + (1-0,086)1 + (1-0,171)1 + (1-0,314)1 + (1-0,543)1 \\ + (1-0,743)1 + (1-0,914)1 + (1-0,971)1 + (1-1)1$$

odnosno

$$T_0 \approx 1 + 0,914 + 0,829 + 0,686 + 0,457 + 0,266 + 0,086 + 0,029 + 0 = 4,266 \text{ ~asova}$$

Do istog rezultata može se do}i i pomo}u relacije:

$$T_0 \approx \sum_{i=1}^n t_i \cdot [F(t_{i+1}) - F(t_i)]$$

Za podatke u zadatku to je :

$$T_0 \approx 1(0,086 - 0) + 2(0,171 - 0,086) + 3(0,314 - 0,171) + 4(0,543 - 0,314) \\ + 5(0,743 - 0,543) + 6(0,914 - 0,743) + 7(0,971 - 0,914) + 8(1 - 0,971) \\ = 4,258 \text{ ~asova}$$

{to je vrlo blizu prethodnog rezultata, a isto kao prvi rezultat.

Naravno ova druga dva na~ina prora~una srednjeg vremena do otkaza su slo`enija; ovde su ilustrovana radi boljeg shvatanja teorije.

2.1.3. Određivanje funkcija pouzdanosti i zakona raspodele otkaza na osnovu eksperimentalnih podataka

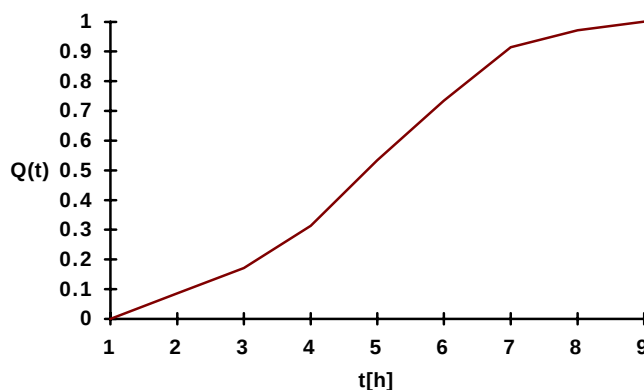
2.1.3.1. Funkcija pouzdanosti, gustine raspodele i intenziteta otkaza

Zadatak 26. Za podatke u tabeli 25.1 u zadatku 25, potrebno je:

- nacrtati grafik funkcije nepouzdanosti,
- nacrtati grafik funkcije pouzdanosti,
- prikazati funkciju gustine raspodele otkaza u obliku histograma,
- prikazati funkciju raspodele otkaza u obliku stepenastog dijagrama i poligona,
- odrediti funkciju intenziteta otkaza i nacrtati u obliku histograma.

Rešenje:

a) Podaci za funkciju nepouzdanosti $Q(t_i)$, odnosno funkciju raspodele otkaza, već su određeni u zadatku 25. i prikazani u tabeli 25.2. u istom zadatku. Za te podatke, grafik funkcije nepouzdanosti, odnosno raspodele vremena rada do otkaza $Q(t_i)$, prikazan je na slici 26.1:



Slika 26.1.

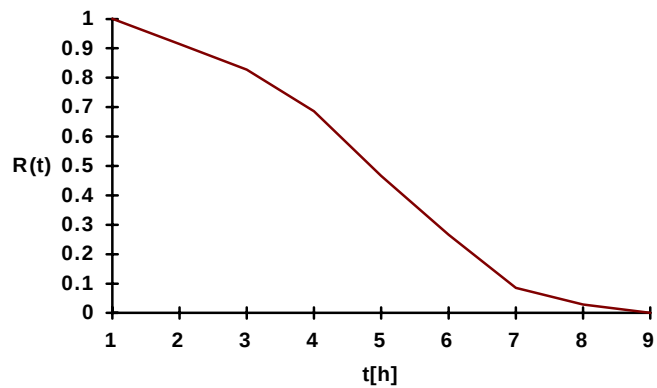
b) Podaci za funkciju pouzdanosti $R(t_i)$ određeni su u zadatku 25. i prikazani u tabeli 25.2, a njihova grafička zavisnost je prikazana na slici 26.2.

c) Funkcija gustine otkaza može se predstaviti kao relativna učestanost broja otkaza $\Delta n(t)$ u intervalu Δt , odnosno preko relacije

$$f(t_i) = \frac{\Delta n(t_i)}{N \Delta t_i}$$

gde je:

$\Delta n(t_i)$ - broj otkaza na intervalu Δt_i .



Slika 26.2.

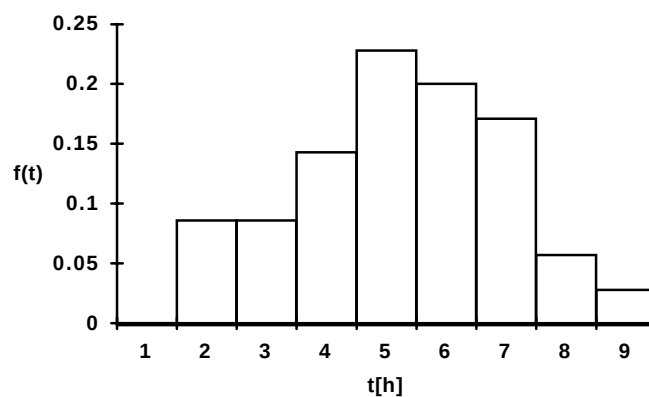
Proračunati i sređeni podaci dati su u tabeli 26.1. Na primer:

$$f(t_4) = \frac{\Delta n(t_4)}{N \Delta t_4} = \frac{5}{35 \cdot 1} = 0,143$$

Tabela 26.1.

t_i [h]	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\Delta n(t_i)$	0	3	3	5	8	7	6	2	1
$f(t_i)$ [1/h]	0	0,086	0,086	0,143	0,228	0,2	0,171	0,057	0,028

Funkcija gustine raspodele otkaza, u obliku histograma otkaza, prikazana je na slici 26.3.



Slika 26.3.

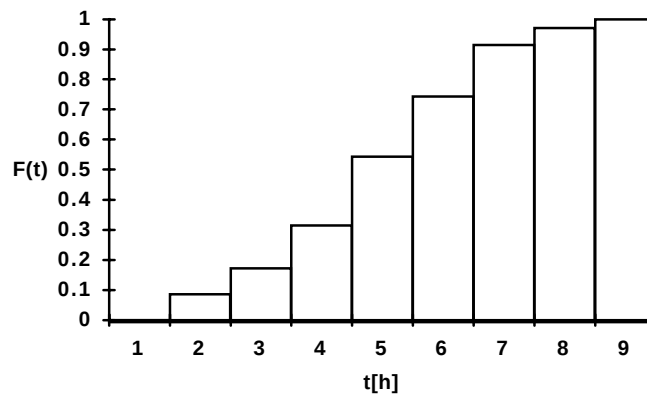
d) Funkcija raspodele otkaza predstavlja kumulativnu relativnu u-estanost otkaza, i obično se prikazuje u obliku stepenastog dijagrama, odnosno poligona otkaza, a određuje relacijom

$$F(t_i) = \sum_{k=1}^i f(t_k) \Delta t_k$$

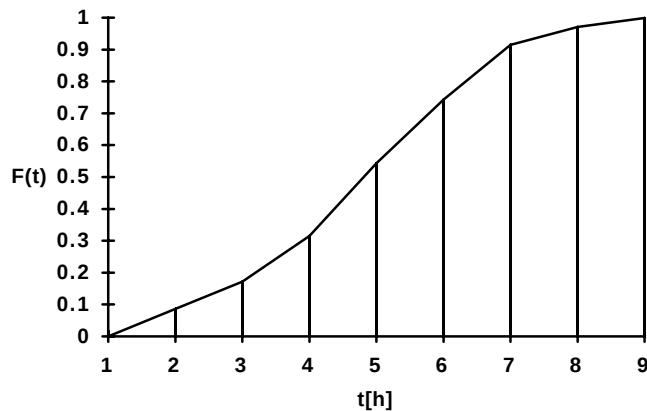
Funkcija raspodele otkaza je ustvari funkcija nepouzdanosti. Proračunate vrednosti prikazane su u tabeli 26.2 (iste su kao u tabeli 25.2), a stepenasti dijagram i poligon otkaza prikazani su na slici 26.4.a i 26.4.b.

Tabela 26.2.

t_i [h]	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$F(t_i)$	0	0,086	0,172	0,315	0,543	0,743	0,914	0,971	0,999



Slika 26.4.a



Slika 26.4.b

e) Intenzitet otkaza $\lambda(t)$ može se izračunati prema obrazcu:

$$\lambda(t_i) \approx \frac{\Delta n(t_i)}{[N - n(t_{i-1})] \cdot (\Delta t_i)}$$

ili

$$\lambda(t_i) \approx \frac{\Delta R(t_i)}{\Delta t_i \cdot R(t_i)}$$

ili

$$\lambda(t_i) \approx \frac{\Delta F(t_i)}{\Delta t_i \cdot R(t_i)}$$

gde su:

$\Delta n(t_i)$ - broj otkazalih elemenata na intervalu $\Delta t_i = (t_i - t_{i-1})$

$n(t_{i-1})$ - broj elemenata koji su otkazali od $t = 0$ do trenutka t_{i-1} , tj.

$$n_i = \sum_{k=1}^{i-1} \Delta n_k$$

$N - n(t_{i-1})$ - broj ispravnih elemenata u trenutku t_{i-1} (na početku intervala Δt_i).

Na osnovu prve relacije dobijaju se rezultati, koji su sređeni u tabeli 26.3. Lako se može proveriti da se na osnovu ostale dve relacije dobijaju isti rezultati.

Tabela 26.3.

t_i [h]	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\Delta n(t_i)$	0	3	3	5	8	7	6	2	1
$n(t_{i-1})$	0	0	3	6	11	19	26	32	34
$N - n(t_{i-1})$	35	35	32	29	24	16	9	3	1
$\lambda(t_i)$ [1/h]	0	0,086	0,094	0,172	0,33	0,44	0,67	0,67	1,00

Grafik funkcije intenziteta otkaza $\lambda(t)$, u obliku histograma, prikazan je na slici 26.5.

Zadatak 27. Ispitivano je deset istih uređaja i proučena je pojava njihovog otkaza. Uređaji su bili numerisani od 1 do 10, a otkazi su se pojavili posle vremena (t(1), t(2), ..., t(10)):

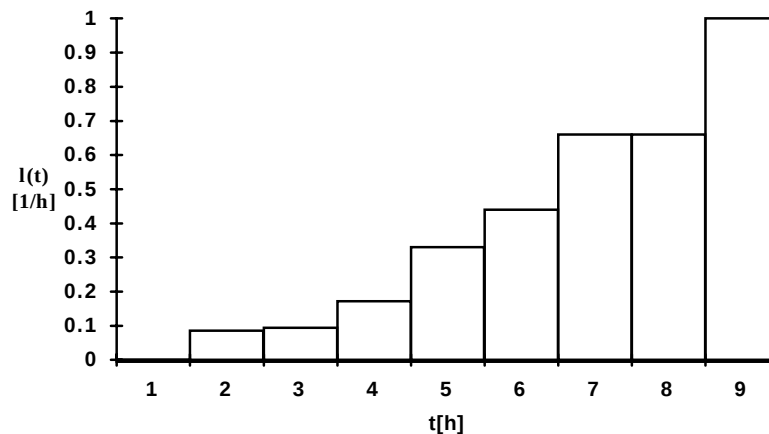
$$\begin{array}{lllll} t(1)=34h; & t(2)=63h; & t(3)=20h; & t(4)=266h; & t(5)=141h; \\ t(6)=8h; & t(7)=186h; & t(8)=46h; & t(9)=86h; & t(10)=111h. \end{array}$$

Odrediti funkciju gustine raspodele otkaza i nacrtati zavisnost u obliku histograma. Proceniti mogući zakon raspodele na osnovu oblika histograma.

Rešenje:

Funkcija gustine raspodele vremena rada do otkaza može se odrediti relacijom

$$f(t_i) = \frac{\Delta n(t_i)}{N \cdot \Delta t_i}$$



Slika 26.5.

Radi izra~unavanja vrednosti funkcije gustine raspodele otkaza i prikazivanja u obliku histograma, potrebno je odrediti broj i {irinu intervala. Broj intervala mo`e se odrediti na osnovu relacije

$$k = 1 + 3,3 \cdot \log N$$

ili

$$k = 5 \cdot \log N$$

S obzirom na to da je $N=10$, na osnovu prve relacije dobija se da je $k=4,3$, a na osnovu druge da je $k=5$. Na osnovu toga usvaja se da je $k=5$.

{irina intervala Δt odre|uje se na osnovu najve}eg vremena rada do otkaza i usvojenog broja intervala

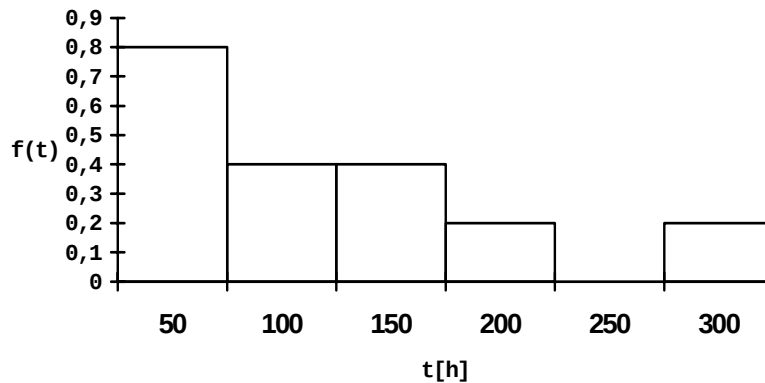
$$\Delta t = \frac{t_{\max}}{k} = \frac{266}{5} \approx 53 \text{ h}$$

Na osnovu toga za {irinu intervala mo`e se usvojiti $\Delta t=50$ h. Podaci o broju otkaza u pojedinim vremenskim intervalima i rezultati za gustinu raspodele otkaza sre|eni su u tabeli 27.1.

Tabela 27.1.

t_i [h]	$\Delta n(t_i)$	$f(t_i)$ [1/h]
0-50	4	0,008
50-100	2	0,004
100-150	2	0,004
150-200	1	0,002
200-250	0	0
250-300	1	0,002

Grafi~ka zavisnost funkcije gustine otkaza (u %), u obliku histograma, prikazana je na slici 27.1.



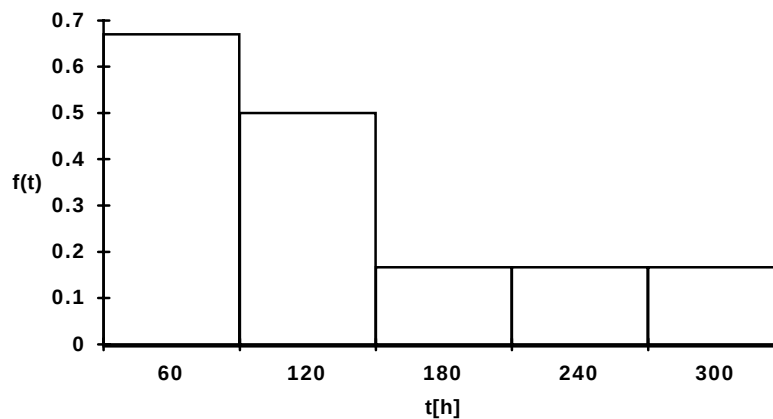
Slika 27.1.

Ako se za širinu intervala uzme $\Delta t=60$ h, podaci o broju otkaza u pojedinim vremenskim intervalima i rezultati za gustinu raspodele otkaza sređeni su u tabeli 27.2.

Tabela 27.2.

t_i [h]	$\Delta n(t)$	$f(t_i)$ [1/h]
0-60	4	0,00667
60-120	3	0,005
120-180	1	0,00167
180-240	1	0,00167
240-300	1	0,00167

Grafika zavisnost funkcije gustine otkaza (u %), u obliku histograma, prikazana je na slici 27.2.



Slika 27.2.

Na osnovu prikazanih histograma dosta je teško zaključiti o prirodi funkcije gustine raspodele otkaza, mada bi se moglo pretpostaviti da je reč o eksponencijalnoj funkciji raspodele.

Zadatak 28. U eksploataciji u toku 500 h posmatrano je nekoliko radio-prijemnih uređaja u kojima je bilo 6000 elemenata određenog tipa. Pri otkazima elemenata beleženi su otkazi uređaja. Otkazani elementi su grupisani prema vremenu rada do otkaza, prema tabeli 28.1. Proračunati i grafički prikazati, u obliku histograma, intenzitet otkaza $\lambda^*(t)$.

Tabela 28.1.

Broj intervala i	1	2	3	4	5
Dužina intervala Δt_i [h]	0-50	50-100	100-150	150-200	200-250
Broj otkaza $\Delta n(t_i)$	8	19	39	27	16

nastavak tabele 28.1.

Broj intervala i	6	7	8	9	10
Dužina intervala Δt_i [h]	250-300	300-350	350-400	400-450	450-500
Broj otkaza $\Delta n(t_i)$	13	11	12	10	13

Rešenje:

Intenzitet otkaza može se odrediti relacijom

$$\lambda_i^* = \frac{\Delta n(t_i)}{[N - n(t_{i-1})] \cdot \Delta t_i}$$

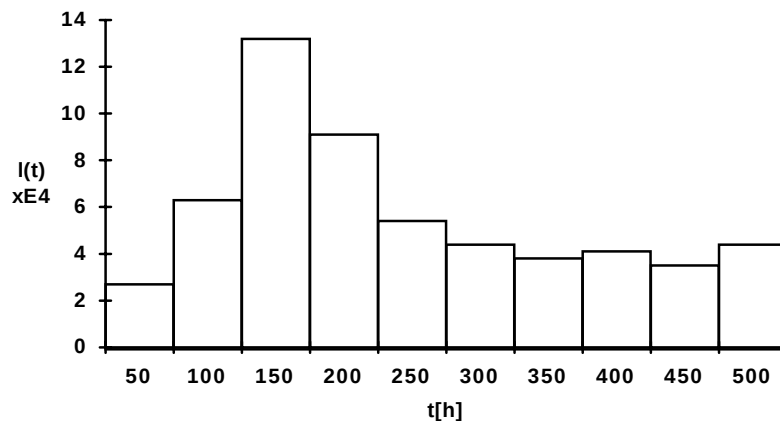
Podaci potrebni za proračun intenziteta otkaza, kao i rezultat za intenzitet otkaza, dati su u tabeli 28.2 (dužina intervala Δt_i je ista i iznosi 50 h), a histogram intenziteta otkaza na slici 28.1.

Tabela 28.2.

i	1	2	3	4	5
$\Delta n(t_i)$	8	19	39	27	16
$n(t_{i-1})$	0	8	27	66	93
$N - n(t_{i-1})$	6000	5992	5973	5934	5907
$\lambda_i^*(t) \times 10^5$	2,7	6,3	13,2	9,1	5,4

nastavak tabele 28.2.

i	6	7	8	9	10
$\Delta n(t_i)$	13	11	12	10	13
$n(t_{i-1})$	109	122	133	145	155
$N - n(t_{i-1})$	5891	5878	5867	5855	5845
$\lambda_i^*(t) \times 10^5$	4,4	3,8	4,1	3,5	4,4



Slika 28.1.

2.1.3.2. Određivanje zakona raspodele papirom verovatnoće

Zadatak 29. Ispitivano je deset istih uređaja (podaci kao u zadatku 27) i praćena je pojava njihovog otkaza. Uređaji su bili numerisani od 1 do 10, a otkazi su se pojavili posle vremena $t(1), t(2), \dots, t(10)$:

$t(1)=34$ h; $t(2)=63$ h; $t(3)=20$ h; $t(4)=266$ h; $t(5)=141$ h;
 $t(6)=8$ h; $t(7)=186$ h; $t(8)=46$ h; $t(9)=86$ h; $t(10)=111$ h.

Odrediti zakon raspodele vremena rada do otkaza ispitivanih uređaja i parametre tog zakona raspodele.

Rešenje:

Postupak određivanja zakona raspodele je sledeći:

a) pretpostavi se zakon raspodele (neka je u ovom slučaju eksponencijalni zakon raspodele);

b) podaci se poređaju po rastućem nizu vremena do otkaza

$$t_1, t_2, t_3, \dots, t_{10}$$

kao što je to prikazano u tabeli 29.1;

c) shodno zahtevima, odrede se tačke $(t_i, F(t_i))$, gde je

$$F(t_i) = \frac{i - 0,5}{n}$$

odnosno tačke (t_i^*, F_i^*) , gde je:

$$t_i^* \equiv t_i, \text{ a } F_i^* = y_i = \frac{1}{1 - F(t_i)}$$

za koje su vrednosti prikazane u tabeli 29.1.

Ucrtane ta-ke i provu-ena prava kroz ucrtane ta-ke na papiru verovatno}e za eksponencijalnu raspodelu prikazani su na slici 29.1.

Parametar λ eksponencijalne raspodele mo`e se odrediti na vi{e na~ina:

a) Metodom najmanjih kvadrata:

$$s = \sum_{i=1}^n (\lambda t_i - y_i)^2 = \lambda^2 \sum_{i=1}^n t_i^2 - 2\lambda \sum_{i=1}^n t_i y_i + \sum_{i=1}^n y_i^2$$

Iz parcijalnog izvoda po λ

$$\frac{\partial s}{\partial \lambda} = 2\lambda \sum_{i=1}^n t_i^2 - 2 \sum_{i=1}^n t_i y_i = 0$$

sledi da je

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^n t_i y_i}{\sum_{i=1}^n t_i^2}$$

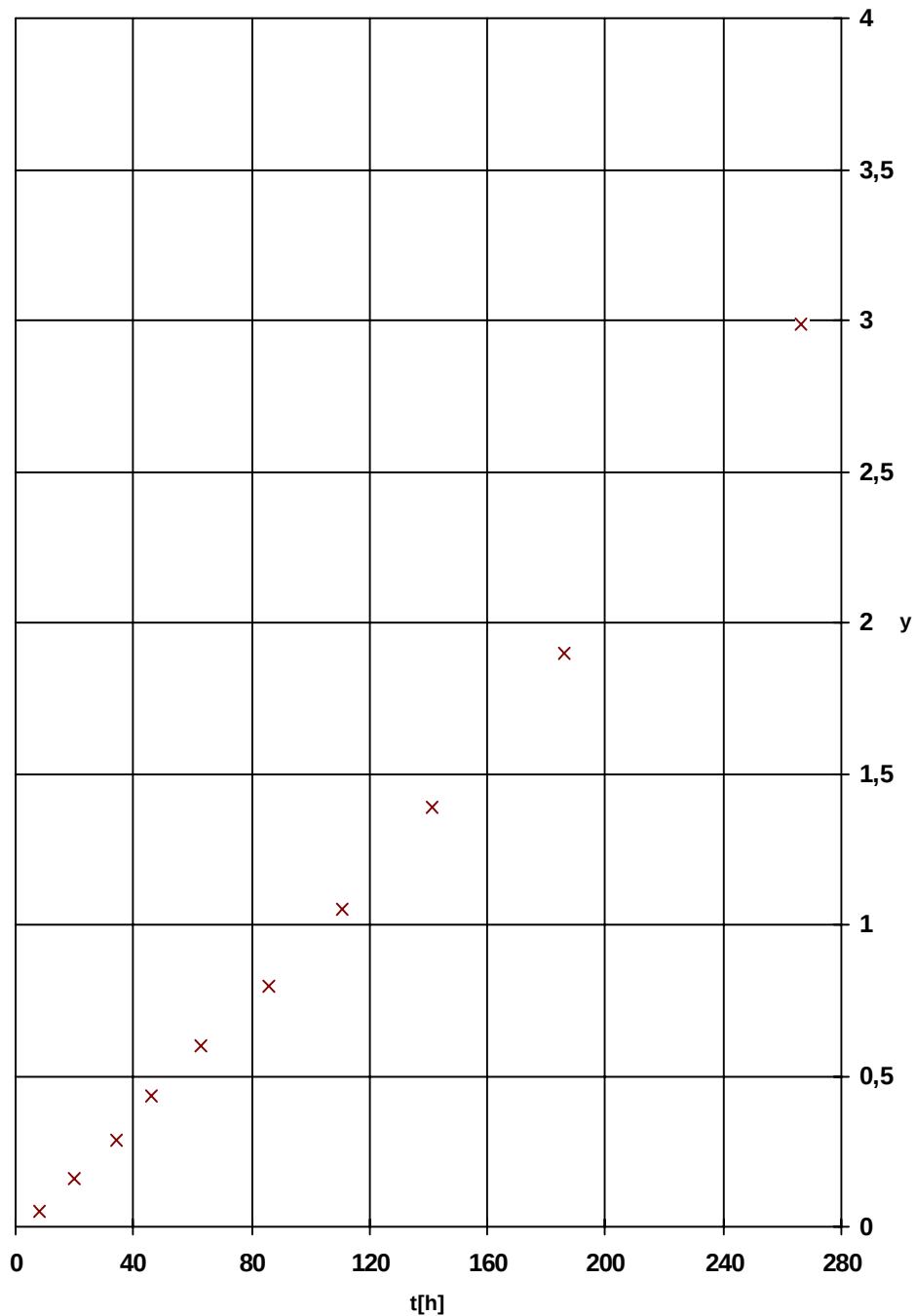
Tabela 29.1.

i	t_i [h]	$F(t_i)=(i-0,5)/n$	$y_i=\ln(1/(1-F(t_i)))$
1	8	0,05	0,051
2	20	0,15	0,162
3	34	0,25	0,298
4	46	0,35	0,431
5	63	0,45	0,598
6	86	0,55	0,798
7	111	0,65	1,050
8	141	0,75	1,390
9	186	0,85	1,900
10	266	0,95	2,990

Posle zamene vrednosti, navedena relacija za parametar λ eksponencijalne funkcije raspodele, glasi:

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^{10} t_i y_i}{\sum_{i=1}^{10} t_i^2} = \frac{1601,32}{152655} = 1,05 \cdot 10^{-2} \text{ [h}^{-1}\text{]}$$

b) Određivanjem nagiba (tangens ugla koji prava zaklapa sa apscisom) ucrtane prave na papir verovatnoće. Odaberu se vrednosti koje se lako očitavaju; na primer:



Slika 29.1. Papir verovatnoće za eksponencijalnu raspodelu

$$\lambda = \operatorname{tg} \alpha = \frac{y_i}{t_i} = \frac{1,2}{120} = 1 \cdot 10^{-2} \left[h^{-1} \right]$$

c) O-itaivanjem vrednosti za t sa apscise za vrednost $F(t) = 0,633$. U konkretnom slu-aju dobija se $t=T_0 = 100$ h. Na osnovu toga parametar λ dobija se relacijom

$$\lambda = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{100} = 1 \cdot 10^{-2} \left[h^{-1} \right]$$

Prema tome, funkcija raspodele vremena rada do otkaza, za ispitivane ure | aje, ima oblik:

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} = 1 - e^{-1,05 \cdot 10^{-2} \cdot t}$$

Odre | ivanjem parametra λ sa papira verovatno }e pomo }u poslednja dva na-ina dobija se vrednost -ija ta-nost zavisi od ta-nosti o-itavanja vrednosti sa papira verovatno }e. Prema tome, mo`e se pojaviti zna-ajna gre{ka pri nepa`ljivom o-itavanju.

Zadatak 30. Odrediti zakon raspodele slu-ajne veli-ine i parametre tog zakona raspodele na osnovu vremena do prvog otkaza datih u ~asovima:

300; 410; 500; 600; 660; 750; 825; 900; 1050; 1200.

Re{enje:

Na osnovu podataka u zadatku i ve } poznatog postupka, formira se tabela 30.1:

Podaci su ucrtani na papire verovatno }e za eksponencijalnu (slika 30.1) i Vejbulovu raspodelu (slika 30.2), i kroz dobijene ta-ke provu-ena je prava linija. Iz slika se vidi da Vejbulova raspodela bolje odgovara podacima slu-ajne veli-ine vremena rada do otkaza u ovom zadatku.

Parametri Vejbulove raspodele odre | uju se iz uslova:

$$s = \sum_{i=1}^n (ax_i + b - y_i)^2$$

Kvadriranjem se dobija

$$s = \sum_{i=1}^n (a^2 x_i^2 + 2abx_i + b^2 - 2ax_i y_i - 2by_i + y_i^2)$$

odnosno

$$s = a^2 \sum_{i=1}^n x_i^2 + 2ab \sum_{i=1}^n x_i + b^2 - 2a \sum_{i=1}^n x_i y_i - 2b \sum_{i=1}^n y_i + \sum_{i=1}^n y_i^2$$

Iz parcijalnog izvoda po a i b

$$\frac{\partial s}{\partial a} = 2a \sum_{i=1}^n x_i^2 + 2b \sum_{i=1}^n x_i - 2 \sum_{i=1}^n x_i y_i = 0$$

$$\frac{\partial s}{\partial b} = 2a \sum_{i=1}^n x_i + 2b - 2 \sum_{i=1}^n y_i = 0$$

odnosno

$$\frac{\partial \mathcal{S}}{\partial a} = 2 \sum_{i=1}^n (ax_i + b - y_i)x_i = 0$$

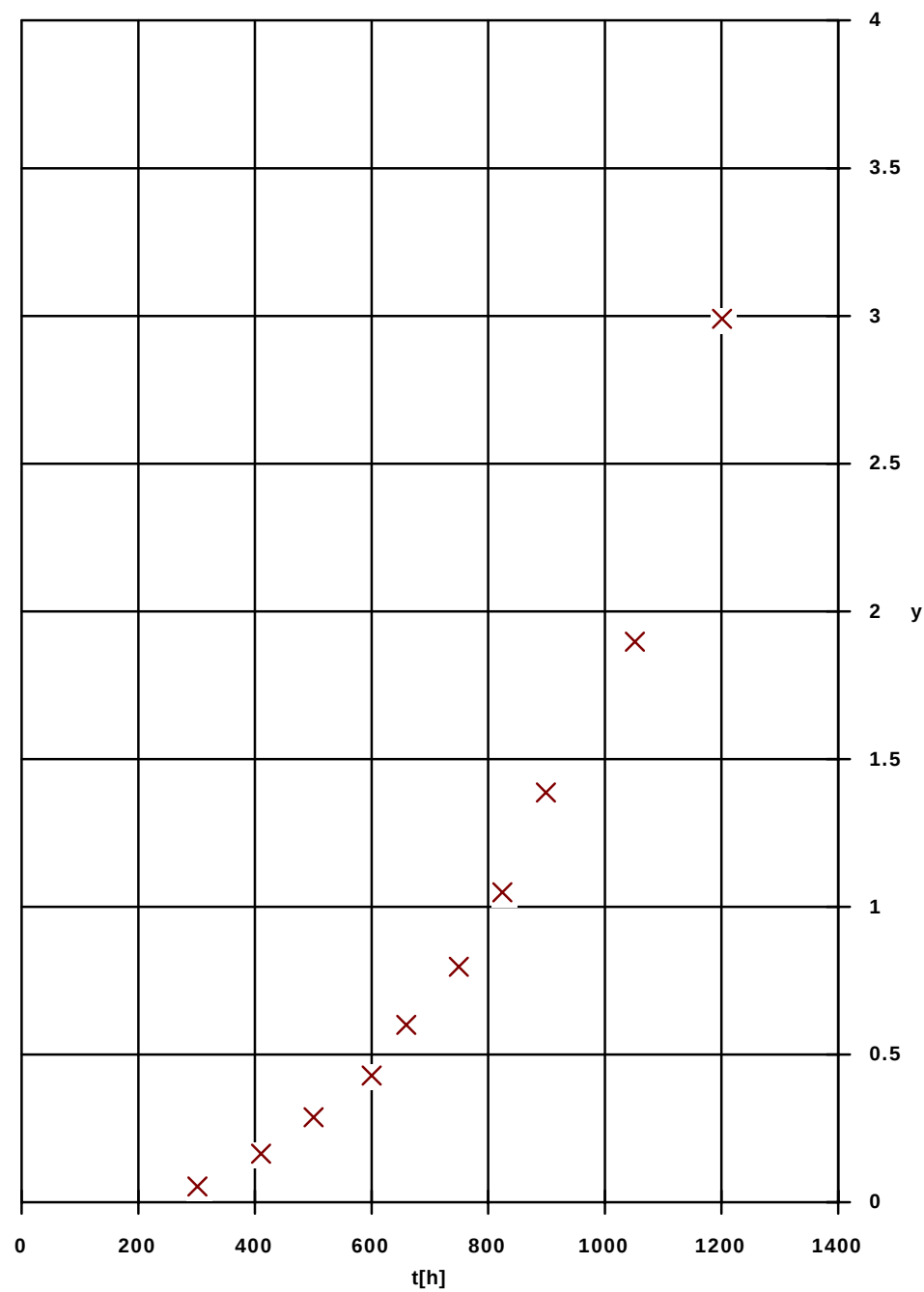
$$\frac{\partial \mathcal{S}}{\partial b} = 2 \sum_{i=1}^n (ax_i + b - y_i) = 0$$

Na osnovu podataka iz tabele 30.1, sledi da je $a = 2,8235$ i $b = -5,9030$, odnosno jedna-ina prave je:

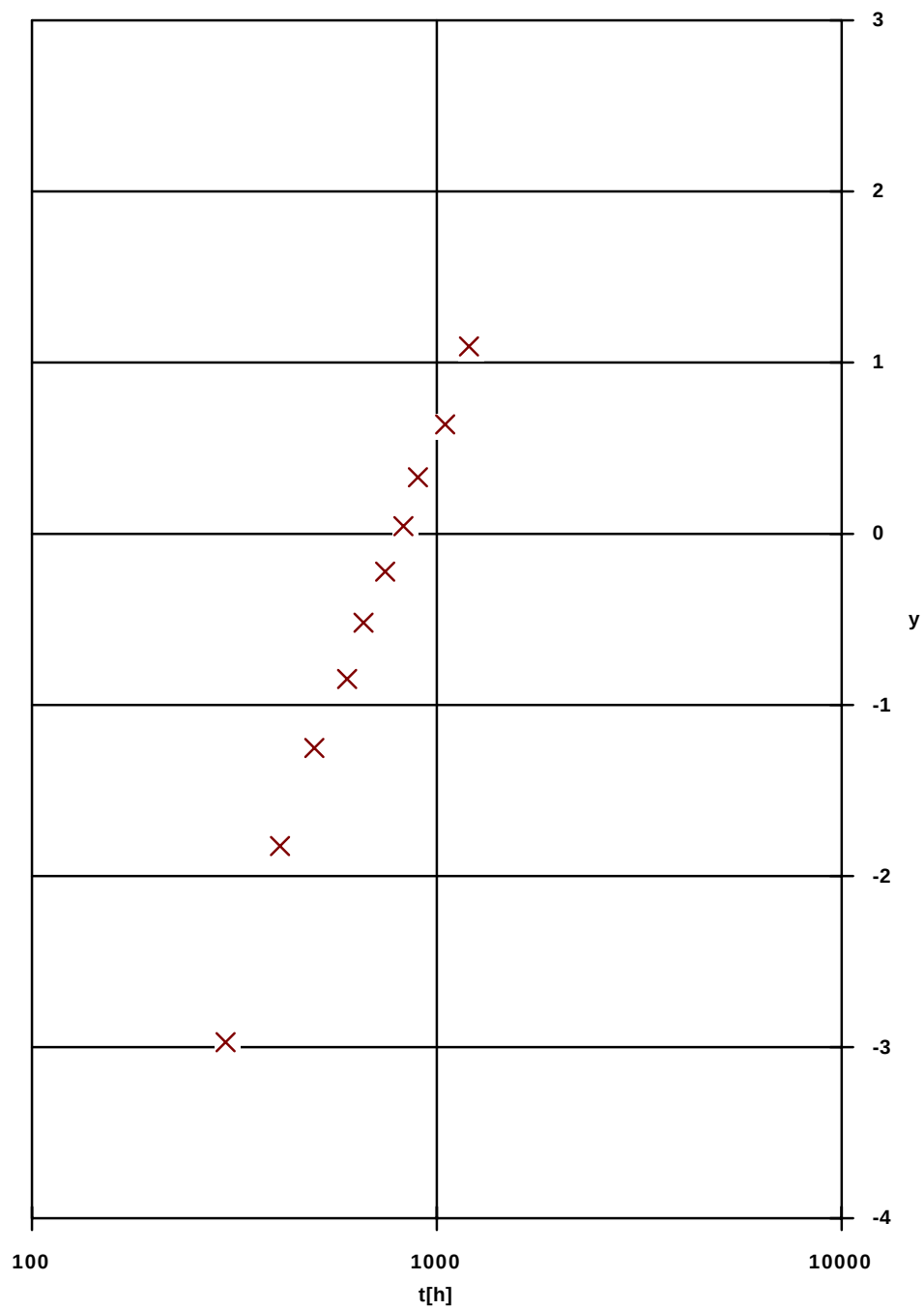
$$y = 2,8235x - 5,9028$$

Tabela 30.1.

i	t_i [h]	$F(t_i)=(i-0,5)/n$	$\ln(t_i)$	$y_{ie}=1/(1-F(t_i))$	$y_{i0}=\ln(y_{ie})$
1	300	0,05	1,570	0,051	-2,9699
2	410	0,15	6,016	0,162	-1,8195
3	500	0,25	6,215	0,308	-1,2469
4	600	0,35	6,397	0,431	-0,8430
5	660	0,45	6,492	0,598	-0,5147
6	750	0,55	6,620	0,798	-0,2251
7	825	0,65	6,715	1,050	0,0486
8	900	0,75	6,802	1,390	0,3264
9	1050	0,85	6,956	1,900	0,6403
10	1200	0,95	6,090	2,990	1,0973



Slika 30.1. Papir verovatno}e za eksponencijalnu raspodelu



Slika 30.2. Papir verovatno}e za Weibulovu raspodelu

Upoređujući opšti oblik izraza za transformisanu funkciju Vejbulove raspodele za papir verovatnoće i dobijene jednačine prave, dobija se:

$$\beta = a$$

$$-\beta \ln \eta = b$$

odakle sledi (reši se sistem dve jednačine sa dve nepoznate) da su parametri funkcije raspodele:

$$\beta = 2,8235 \approx 2,8 \text{ i } \eta = 8,0897 \approx 8,1.$$

S obzirom na to da je $\gamma = 0$, onda je opšti oblik Vejbulove funkcije raspodele

$$F(t, \eta, \beta) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta}$$

pa se posle zamene vrednosti dobija:

$$F(t) = 1 - e^{-2,86 \cdot 10^{-3} \cdot t^{2,8}}$$

2.1.4. Kombinovani zadaci

Zadatak 31. Kolika je verovatnoća bezotkaznog rada (pouzdanost) uređaja u toku srednjeg vremena rada do otkaza, ako je intenzitet otkaza uređaja $\lambda(t) = at$ [$1/\sim$ as].

Napomena:

$$\int_0^{\infty} e^{-c^2 x^2} dx = -\frac{\sqrt{\pi}}{2c}$$

Rešenje:

Kada je poznata funkcija intenziteta otkaza, pouzdanost se određuje na osnovu relacije:

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(\tau) d\tau} = e^{-\int_0^t a \tau d\tau} = e^{-\frac{at^2}{2}}$$

Ako je poznata funkcija pouzdanosti, srednje vreme rada do otkaza se određuje relacijom:

$$T_0 = \int_0^{\infty} R(t) dt = \int_0^{\infty} e^{-\frac{at^2}{2}} dt = \frac{1,253}{\sqrt{a}}, \quad (c = \sqrt{\frac{a}{2}})$$

Verovatnoća bezotkaznog rada (pouzdanost) uređaja u toku srednjeg vremena rada do otkaza je:

$$R(T_0) = e^{-\frac{a}{2} \cdot \frac{1,253^2}{a}} = e^{-0,784} = 0,46$$

Zadatak 32. Naći srednje vreme bezotkaznog rada sistema čiji je intenzitet otkaza dat relacijom

$$\lambda(t) = \begin{cases} 0, & \text{pri } t \leq t_0 \\ a(t - t_0), & \text{pri } t > t_0 \end{cases}$$

gde su: $t_0 = 500$ h, $a = 10^{-5} \text{ h}^{-1}$.

Rešenje:

Ako se uvede smena $\tau = t - t_0$ dobija se sledeća relacija za pouzdanost

$$R(\tau) = e^{-\int_0^{\tau} a x dx} = e^{-\frac{a\tau^2}{2}}$$

odakle je, polazeći od relacije koja povezuje srednje vreme bezotkaznog rada T_{Sr} sa funkcijom pouzdanosti $R(t)$

$$T_0 = \int_0^{\infty} R(t) dt$$

a srednje vreme bezotkaznog rada

$$T_{sr} = t_0 + \int_0^{\infty} e^{-\frac{a\tau^2}{2}} d\tau = t_0 + \frac{1,253}{\sqrt{a}} = 500 + \frac{1,253}{\sqrt{10^{-5}}} = 900 \text{ h}$$

Napomena : Pri re{avanju je uzeto da je

$$\int_0^{\infty} e^{-c^2 x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2c}$$

Zadatak 33. Odrediti pouzdanost rada sklopa sa integrisanim kolima u vremenskom intervalu od t_0 do t_1 , pod pretpostavkom da do otkaza dolazi isklju~ivo usled oksidacije metalnih veza, pri ~emu je vremenska zavisnost intenziteta otkaza data relacijom:

$$\lambda(t) = \lambda_0 + \lambda_1 \ln \frac{t}{\tau}$$

gde su λ_0 , λ_1 i τ konstantne veli~ine.

Re{enje:

Polaze}i od relacije za pouzdanost

$$R(t) = R_0 e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}$$

i uvr{tavanjem datog izraza za intenzitet otkaza, te pretpostavljaju}i da je po~etna pouzdanost jednaka jedinici ($R_0 = 1$) dobija se

$$R(t) = e^{-\int_{t_0}^t (\lambda_0 + \lambda_1 \ln \frac{t}{\tau}) dt} = e^{-(\lambda_0 t + \lambda_1 t_0) - \lambda_1 \int_{t_0}^t \ln \frac{t}{\tau} dt}$$

Imaju}i u vidu tabli~ni integral $\int \ln x dx = x \ln x - x$, re{avanjem gornjeg integrala, dobija se

$$R(t) = e^{-\lambda_0 t + \lambda_0 t_0 - \lambda_1 t \ln \frac{t}{\tau} + \lambda_1 t + \lambda_1 t_0 \ln \frac{t_0}{\tau} - \lambda_1 t_0}$$

$$R(t) = e^{\lambda_0 t_0 + \lambda_1 t_0 \ln \frac{t_0}{\tau} - \lambda_1 t_0} e^{-\lambda_0 t - \lambda_1 t \ln \frac{t}{\tau} + \lambda_1 t}$$

Kada se u gornjem izrazu zameni zadata relacija za intenzitet otkaza, kona~no se dobija

$$R(t) = e^{(\lambda(t_0) - \lambda_1) t_0} e^{-(\lambda(t) + \lambda_1) t}$$

Zadatak 34. Funkcija gustine raspodele vremena rada do otkaza mehani~kog `iroskopa mo`e se predstaviti Vejbulovom raspodelom

$$f(t) = \lambda \alpha t^{\alpha-1} e^{-\lambda t^\alpha}$$

gde su parametri $\alpha = 1,5$ i $\lambda = 10^{-4} \text{ 1/h}$.

Na}i kvantitativne pokazatelje pouzdanosti $R(t)$, $\lambda(t)$ i T_{sr} rada `iroskopa za predvi}eno vreme $t = 100 \text{ h}$.

Re{enje:

Polaze}i od veze funkcije pouzdanosti i funkcije gustine raspodele vremena rada do otkaza, dobija se

$$R(t) = 1 - \int_0^t f(t) dt = 1 - \int_0^t \lambda \alpha t^{\alpha-1} e^{-\lambda t^\alpha} dt = e^{-\lambda t^\alpha}$$

Posle uvr{tavanja zadatih brojnih vrednosti u zadatku dobijaju se:

- pouzdanost za vreme od 100 ~asova rada

$$R(100h) = e^{-10^{-4} \cdot 100^{1.5}} \approx 0,9$$

- funkcija gustine raspodele vremena rada do otkaza u trenutku posle 100 ~asova rada

$$f(100h) = 10^{-4} \cdot 1,5 \cdot 100^{0.5} \cdot 0,9 = 1,35 \cdot 10^{-3} \text{ h}^{-1}$$

- funkcija intenziteta otkaza u trenutku posle 100 ~asova rada

$$\lambda(100h) = \frac{f(100h)}{R(100h)} = \frac{1,35 \cdot 10^{-3}}{0,9} \cdot 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ h}^{-1}$$

- srednje vreme do otkaza

$$T_{sr} = \int_0^\infty e^{-\lambda t^\alpha} dt = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{\alpha} + 1\right)}{\lambda^{\frac{1}{\alpha}}}$$

Iz tabela za gama funkciju dobija se da je:

$$\Gamma\left(\frac{1}{\alpha} + 1\right) = \Gamma(1,67) = 0,9033$$

pa je, prema tome,

$$T_{sr} = \frac{0,9033}{(10^{-4})^{\frac{1}{1.5}}} \approx 418 \text{ h}$$

Zadatak 35. Jedan tiristorski upravljački blok ima normalnu funkciju gustine raspodele vremena rada do otkaza

$$f(t) = \frac{1}{\sigma_t \sqrt{2\pi} \left[0,5 + \Phi\left(\frac{m_t}{\sigma_t}\right) \right]} e^{-\frac{(t-m_t)^2}{2\sigma_t^2}}$$

gde je:

$$\Phi(x) = \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)$$

s parametrima $m_t = 800h$, $\sigma_t = 100h$.

Odrediti pouzdanost ovog bloka $R(t_i)$ u toku $t_i = 600, 800$ i 1000 h rada.

Rešenje:

Za funkciju usmene normalne raspodele vremena rada do otkaza, na osnovu relacije koja povezuje funkciju gustine raspodele vremena rada do otkaza i funkciju pouzdanosti

$$f(t) = -\frac{dR(t)}{dt}$$

za pouzdanost se dobija:

$$R(t_i) = R(t_i) = \left[0,5 - \Phi\left(\frac{t_i - m_t}{\sigma_t}\right) \right] C_0$$

gde je

$$C_0 = \frac{1}{0,5 + \Phi\left(\frac{m_t}{\sigma_t}\right)} = \frac{1}{0,5 + \Phi\left(\frac{800}{100}\right)} = 1$$

Za zadate vrednosti vremena rada t_i dobijaju se sledeće vrednosti pouzdanosti

- za $t_i = 600$ h

$$R(600) = 0,5 - \Phi\left(\frac{600 - 800}{100}\right) = 0,5 + \Phi(2) = 0,5 + 0,477 = 0,977$$

- za $t_i = 800$ h

$$R(800) = 0,5 + \Phi(0) = 0,5$$

- za $t_i = 1000$ h

$$R(1000) = 0,5 - \Phi(2) = 0,023$$

Zadatak 36. Odrediti kvantitativne pokazatelje pouzdanosti $R(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$ i T_{sr} , za vremenski interval rada $t = (0 \div 20000)h$ sistema, čija je funkcija gustine raspodele vremena rada do otkaza data gama zakonom:

$$f(t) = \lambda \frac{(\lambda t)^{\alpha-1}}{(\alpha-1)!} e^{-\lambda t} = \lambda \frac{(at)^m}{m!} e^{-\lambda t}$$

ako je $m=3$ i $\lambda=3 \cdot 10^{-5} h^{-1}$.

Rešenje:

Polazeći od relacije:

$$f(t) = -\frac{dR(t)}{dt}$$

dobija se

$$\int_0^t dR(t) = -\int_0^t f(t) dt$$

odakle sledi

$$R(t) - R(0) = -\int_0^t \lambda \frac{(at)^m}{m!} e^{-\lambda t} dt$$

Posle m parcijalnih integracija, izraz za pouzdanost može se napisati u obliku

$$R(t) = e^{-\lambda t} \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda t)^i}{i!}$$

Nakon uvrštavanja $m = 3$ i ostalih zadatih brojnih vrednosti u zadatku u gornju relaciju i koristeći već poznate relacije iz prethodnih zadataka, dobija se

$$R(20000) = e^{-0,6} \left(1 + 0,6 + \frac{0,6^2}{2!} + \frac{0,6^3}{3!} \right) = 0,908$$

$$f(20000) = 3 \cdot 10^{-5} \frac{0,6^3}{3!} e^{-0,6} = 5,4 \cdot 10^{-5} \frac{1}{h}$$

$$\lambda(20000) = \frac{f(20000)}{R(20000)} = \frac{5,4 \cdot 10^{-5}}{0,908} = 6 \cdot 10^{-5} \frac{1}{h}$$

Koristeći dobijenu relaciju za pouzdanost $R(t)$, T_{sr} se može odrediti na sledeći način:

$$T_{sr} = \int_0^{\infty} R(t) dt = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} \left(\lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2} + \frac{(\lambda t)^3}{6} \right) dt$$

Rešavanjem gornjeg integrala dobija se da je srednje vreme bezotkaznog rada:

$$T_{sr} = 133000h$$

Zadatak 37.

- Definisati pouzdanost $R(t)$, intenzitet otkaza $\lambda(t)$ i funkciju gustine raspodele vremena bezotkaznog rada $f(t)$ komponentata, te napisati relacije koje povezuju ove veličine.
- Kako glase izrazi za $R(t)$ i $f(t)$ kada $\lambda = \text{const.}$?
- Izvesti izraze za $R(t)$ i $\lambda(t)$ za slučaj relejeve funkcije raspodele vremena bezotkaznog rada

$$f(t) = \frac{t}{\sigma^2} \cdot e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}.$$

Napomena: Relejeva funkcija gustine raspodele vremena bezotkaznog rada opisuje elektro vakuumske sisteme.

Rešenje:

- Pouzdanost je verovatnoća da je uređaj, odnosno sistem sačuvati radnu sposobnost za određeno vreme u uslovima eksploatacije ili skladištenja, tj.:

$$R(t) = P(T > t),$$

gde su:

t - vreme u kome se određuje pouzdanost rada,

T - vreme rada od uključenja (početka posmatranja) do prvog otkaza.

Neka je $F(t)$ funkcija raspodele otkaza, onda je, po definiciji, funkcija gustine raspodele

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt}.$$

Takođe, važi da je:

$$F(t) = 1 - R(t)$$

Funkcija intenziteta otkaza (ili relativna promena pouzdanosti u vremenu) $\lambda(t)$ definiše se odnosom

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$$

- Za $\lambda = \text{const.}$ izrazi za $R(t)$ i $f(t)$ mogu se naći na sledećim. Povezujući prethodne dve relacije dolazi se do relacije

$$-\frac{dR(t)}{R(t)} = \lambda(t)dt$$

integraljenjem leve i desne strane, pri $R(0) = 1$, dobija se

$$\ln R(t) = -\int_0^t \lambda(t) dt$$

Daljim re{avanjem dobija se

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}$$

Uvr{tavanjem $\lambda = \text{const.}$ dobija se slede}i kona~an izraz za $R(t)$

$$R(t) = R_0 e^{-\lambda t}$$

Koriste}i relaciju koja povezuje $f(t)$, $R(t)$ i $\lambda(t)$, za $f(t)$ dobija se

$$f(t) = \lambda \cdot R(t)$$

c) U slu~aju relejeve funkcije gustine raspodele vremena rada do otkaza, pouzdanost je

$$R(t) = 1 - \int_0^t f(t) dt = 1 - \int_0^t \frac{t}{\sigma^2} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} dt = e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$$

a funkcija intenziteta otkaza

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{t}{\sigma^2}$$

Zadatak 38. Vremenska zavisnost pouzdanosti jednog sistema od p uzoraka data je relacijom

$$R(t) = \frac{C_0}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{m-t}{\sqrt{2}\sigma_t} \right) \right]$$

gde su : C_0 , m , σ_t vremenski nezavisne veli~ine.

- Odrediti vremensku zavisnost funkcije gustine raspodele $f(t)$ i intenziteta otkaza $\lambda(t)$.
- Koliko iznosi C_0 ako je u trenutku $t = 0$ bilo ispravno n od ukupnog p uzoraka?
- Koliko iznosi C_0 ako je u trenutku $t = t_1$ bilo ispravno n od ukupno p uzoraka?

Re{enje:

a) Polaze}i od relacije koja povezuje funkciju gustine raspodele vremena rada do otkaza sa funkcijom pouzdanosti

$$f(t) = -\frac{dR(t)}{dt}$$

posle uvr{tavanja izraza za $R(t)$ i diferenciranja zadate funkcije pouzdanosti, za funkciju gustine raspodele vremena rada do otkaza dobija se

$$f(t) = -\frac{C_0}{2} \frac{d}{dt} \operatorname{erf}\left(\frac{m-t}{\sqrt{2}\sigma_t}\right) = -\frac{C_0}{2} \frac{d}{dt} \left(\int_0^{\left(\frac{m-t}{\sqrt{2}\sigma_t}\right)} e^{-\theta^2} d\theta \right) = -\frac{C_0}{2} \left(-\frac{1}{\sqrt{2}\sigma_t} \right) \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-\left(\frac{m-t}{\sqrt{2}\sigma_t}\right)^2}$$

$$f(t) = \frac{C_0}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma_t} e^{-\left(\frac{m-t}{\sqrt{2}\sigma_t}\right)^2}$$

Tako|e, polaze}i od relacije koja povezuje $f(t)$ i $R(t)$, za funkciju intenziteta otkaza dobija se

$$\lambda(t) = \frac{\frac{C_0}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma_t} e^{-\left(\frac{m-t}{\sqrt{2}\sigma_t}\right)^2}}{\frac{C_0}{2} \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{m-t}{\sqrt{2}\sigma_t}\right) \right]} = \frac{2}{\sigma_t \sqrt{2\pi}} \frac{e^{-\left(\frac{m-t}{\sqrt{2}\sigma_t}\right)^2}}{1 + \operatorname{erf}\left(\frac{m-t}{\sqrt{2}\sigma_t}\right)}$$

b) Ako je u trenutku $t = 0$ bilo ispravno n od ukupno p uzoraka, za pouzdanost se dobija:

$$R(0) = \frac{n}{p} = \frac{C_0}{2} \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{m}{\sqrt{2}\sigma_t}\right) \right]$$

Iz gornje jedna~ine sledi da je

$$C_0 = \frac{2n}{p} \frac{1}{1 + \operatorname{erf}\left(\frac{m}{\sqrt{2}\sigma_t}\right)}$$

c) Ukoliko je u trenutku $t = t_1$ bilo ispravno n od ukupno p uzoraka, za pouzdanost se dobija:

$$R(t_1) = \frac{n}{p} = \frac{C_0}{2} \left[1 + \operatorname{erfc}\left(\frac{m-t_1}{\sqrt{2}\sigma_t}\right) \right]$$

Iz ove jedna~ine sledi da je

$$C_0 = \frac{2n}{p} \frac{1}{1 + \operatorname{erfc}\left(\frac{m-t_1}{\sqrt{2}\sigma_t}\right)}$$

Zadatak 39. Intenzitet otkaza nekog elektronskog sistema u funkciji vremena dat je relacijom

$$\lambda = \frac{2k(1-e^{-k \cdot t})}{2-e^{-k \cdot t}}$$

Treba odrediti: kvantitativne pokazatelje za pouzdanost $R(t)$, funkciju raspodele $f(t)$ i srednje vreme bezotkaznog rada T_{sr} .

Re{enje:

Polaze}i od relacije koja povezuje funkciju intenziteta otkaza sa funkcijom pouzdanosti sistema:

$$\lambda(t) = -\frac{dR(t)}{dt} \cdot \frac{1}{R(t)} = \frac{f(t)}{R(t)}$$

dobija se

$$\frac{dR(t)}{R(t)} = \frac{2k(1-e^{-k \cdot t})}{2-e^{-k \cdot t}} dt = \frac{2ke^{-k \cdot t}(1-e^{-k \cdot t})}{2e^{-k \cdot t} - e^{-2k \cdot t}} = \frac{d}{dt} (2e^{-k \cdot t} - e^{-2k \cdot t})$$

odnosno

$$\ln \left| \frac{R(t)}{C} \right| = \int_0^t \frac{d}{dt} (2e^{-k \cdot t} - e^{-2k \cdot t}) dt$$

Koriste}i zadati pokazatelj intenziteta otkaza sistema, dolazi se od slede}ih rezultata:

$$R(t) = 2e^{-k \cdot t} - e^{-2k \cdot t}$$

$$f(t) = 2ke^{-k \cdot t}(1-e^{-k \cdot t})$$

$$T_{sr} = \frac{3}{2k}$$

Zadatak 40. Na}i pokazatelje pouzdanosti sistema ~iji je intenzitet otkaza

$$\lambda(t) = \frac{k^2 t}{1 + kt}, \quad k = \text{const. } [h^{-1}].$$

Re{enje:

Polaze}i od relacije

$$\lambda(t) = -\frac{dR(t)}{dt} \cdot \frac{1}{R(t)}$$

dobija se

$$\int_0^t \frac{dR(t)}{R(t)} = -\int_0^t \frac{k^2 t}{1+kt} dt$$

$$\ln \left| \frac{R}{R_0} \right| = \int_0^{1+kt} \frac{\tau-1}{\tau} d\tau = -kt + \ln(1+kt)$$

Napomena: pri re{avanju integrala uvedena je smena $\tau=1+kt$

$$R = R_0 e^{-kt} e^{\ln(1+kt)} = (1+kt) R_0 e^{-kt} = (1+kt) e^{-kt}$$

$$f(t) = -\frac{dR(t)}{dt} = k^2 t e^{-kt}$$

$$T_{sr} = \int_0^{\infty} R(t) dt = \int_0^{\infty} (1+kt) e^{-kt} dt = \frac{2}{k}$$

Zadatak 41. Odrediti:

- a) pouzdanost $R(t)$ i intenzitet otkaza $\lambda(t)$ i grafi-ki ih predstaviti za $k>1$, $k=1$ i $k<1$ za sistem ~ija funkcija gustine raspodele vremena rada do otkaza odgovara Weibulovoj raspodeli

$$f(t) = \lambda_0 k t^{k-1} e^{-\lambda_0 \cdot t^k}, \quad \lambda_0 > 0 \text{ i } k > 0$$

- b) srednje vreme rada do otkaza ako je $k=2$ i $\lambda_0=10^{-6} [h^{-k}]$.

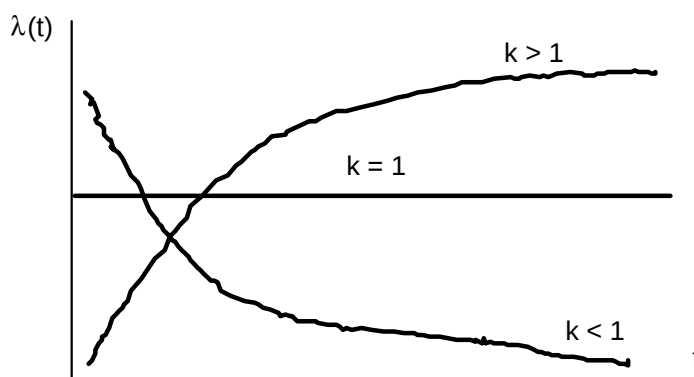
Re{enje:

- a) Za funkciju $R(t)$ i $\lambda(t)$, na poznati na~ln, dobija se

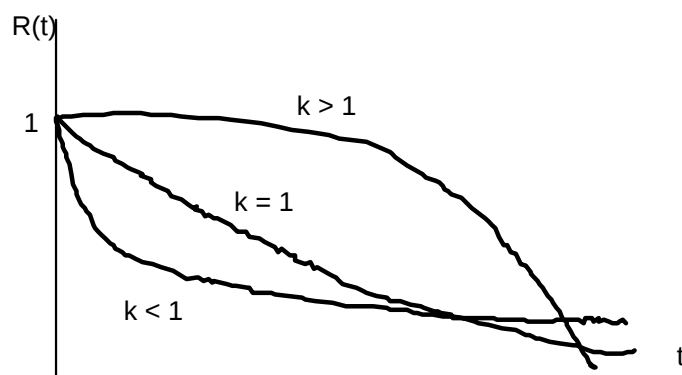
$$R(t) = 1 - \int_0^t f(t) dt = 1 - \int_0^t \lambda_0 k t^{k-1} e^{-\lambda_0 \cdot t^k} dt = e^{-\lambda_0 \cdot t^k}$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \lambda_0 k t^{k-1}$$

Zavisnost funkcije $\lambda(t)$ i $R(t)$, za zadati parametar k , prikazana je na slici 41.1. i 41.2.



Slika 41.1.



Slika 41.2.

b) Srednja vrednost vremena rada do otkaza nalazi se na sledeći način:

$$T_{sr} = \int_0^{\infty} t \cdot f(t) dt = - \int_0^{\infty} t \cdot dR(t) = \int_0^{\infty} R(t) dt = \int_0^{\infty} e^{-\lambda_0 \cdot t^k} dt$$

Uvođenjem smene $\tau = \lambda_0 t^k$ dobija se:

$$T_{sr} = \frac{1}{k\lambda_0^{\frac{1}{k}}} \int_0^{\infty} e^{-\tau} \tau^{\left(\frac{1}{k}-1\right)} d\tau = \frac{1}{k} G\left(\frac{1}{k}\right) \frac{1}{\lambda_0^{\frac{1}{k}}} = \frac{1}{\lambda_0^{\frac{1}{k}}} G\left(\frac{1}{k}+1\right)$$

Za $k=2$ dobija se:

$$T_{sr} = \int_0^{\infty} e^{-\lambda_0 \cdot t^2} dt = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{1}{\sqrt{\lambda_0}} = 0,88622 \cdot 10^3 \approx 886 \text{ h}$$

Zadatak 42. Verovatnoća bezotkaznog rada antenskih dovoda u vremenskom intervalu od $(0 \div 100)$ h je $R=0,95$. Dovodi imaju Weibulovu funkciju gustine raspodele vremena rada do otkaza

$$f(t) = \frac{\beta}{c} \left(\frac{t}{c} \right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t}{c}\right)^\beta}$$

s parametrom $\beta=1,8$. Odrediti intenzitet otkaza u trenutku $t=100$ h i srednje vreme rada do otkaza.

Rešenje:

Polazeći od relacije

$$f(t) = -\frac{dR(t)}{dt}$$

dobija se

$$R(t) = 1 - \int_0^t f(t) dt$$

odakle se, nakon uvrštavanja $f(t)$ i integraljenja, dobija

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{c}\right)^\beta}.$$

Kako je poznata pouzdanost dovoda u prvih 100 sati rada, taj podatak se koristi za izračunavanje konstante "c" u funkciji raspodele vremena rada do otkaza.

$$\frac{t}{c} = \sqrt[\beta]{-\ln R(t)} = \sqrt[1,8]{-\ln 0,95} = 0,45$$

odakle je:

$$c = \frac{t}{0,45} = 222,2$$

Funkcija intenziteta otkaza $\lambda(t)$ nalazi se iz poznate relacije, tj.:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\frac{\beta}{c} \left(\frac{t}{c} \right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t}{c}\right)^\beta}}{e^{-\left(\frac{t}{c}\right)^\beta}} = \frac{\beta}{c} \left(\frac{t}{c} \right)^{\beta-1} = \frac{1,8}{222,2} 0,45^{1,8-1} = 5,1 \cdot 10^{-3} \frac{1}{h}$$

Srednje vreme rada do otkaza je

$$T_{sr} = \int_0^\infty R(t) dt = \int_0^\infty e^{-\left(\frac{t}{c}\right)^\beta} dt = c \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)$$

Gama funkcija se definiše relacijom

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx$$

a vrednosti gama funkcije se daju tabelarno (videti u prilogu zbirke). Vrednost gama funkcije za podatke u zadatku je

$$\Gamma\left(1 + \frac{1}{1,8}\right) = 0,8889$$

pa je srednje vreme rada do otkaza

$$T_{sr} = 222,2 \cdot 0,8889 = 198,2 \text{ h}$$

Zadatak 43. Nađi $R(t)$, $\lambda(t)$ i T_{sr} sistema čija je funkcija raspodele vremena rada do otkaza data use-enim normalnim zakonom raspodele

$$f(t) = \frac{1}{F\left(\frac{T_1}{\sigma}\right) \sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-T_1)^2}{2\sigma^2}}$$

čiji su parametri $T_1=8000$ h i $\sigma=2000$ h za vreme rada $t=4000$ h, 6000 h, 8000 h i 10000 h.

Rešenje:

Na osnovu veze $f(t)$ i $R(t)$ dobija se

$$R(t) = \frac{F\left(\frac{T_1-t}{\sigma}\right)}{F\left(\frac{T_1}{\sigma}\right)} = \frac{F\left(\frac{8000-t}{2000}\right)}{F(4)}$$

Funkcija F se daje tabelarno. U tabeli u prilogu 5a date su vrednosti standardizovane kumulativne normalne raspodele. Da bi se dobile vrednosti za normalnu use-enu raspodelu, kao u ovom zadatku, treba na vrednosti dobijene iz tabele dodati 0,5.

$$R(4000) = \frac{F(2)}{F(4)} = 0,9773$$

$$R(6000) = \frac{F(1)}{F(4)} = 0,8413$$

$$R(8000) = \frac{F(0)}{F(4)} = 0,5$$

$$R(10000) = \frac{F(-1)}{F(4)} = \frac{1-F(1)}{F(4)} = 0,1587$$

Funkcija $f(t)$ data je relacijom

$$f(t) = \frac{\varphi(t)}{\sigma}$$

gde je:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad \text{a} \quad x = \frac{t - T_1}{\sigma}$$

Na osnovu toga sledi da je (vrednosti za $\varphi(x)$ prema tabeli u prilogu 4):

$$f(4000) = \frac{\varphi\left(\frac{4000 - 8000}{2000}\right)}{2000} = 2.7 \cdot 10^{-5} \left[h^{-1}\right]$$

$$f(6000) = \frac{\varphi(-1)}{2000} = \frac{\varphi(1)}{2000} = \frac{0.242}{2000} = 121 \cdot 10^{-6}$$

$$f(8000) = \frac{\varphi(0)}{2000} = \frac{0.3989}{2000} = 2 \cdot 10^{-4}$$

$$f(10000) = \frac{\varphi(1)}{2000} = 121 \cdot 10^{-6}$$

Imaju}i u vidu da je:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$$

za intenzitet otkaza se dobija:

$$\lambda(4000) = 2,76 \cdot 10^{-5} \left[h^{-1}\right] \quad \lambda(6000) = 14,4 \cdot 10^{-5}$$

$$\lambda(8000) = 40 \cdot 10^{-5} \left[h^{-1}\right] \quad \lambda(10000) = 76,4 \cdot 10^{-5}$$

Za srednje vreme do otkaza dobija se:

$$T_{sr} = T_1 + \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi} \cdot F\left(\frac{T_1}{\sigma}\right)} e^{\frac{T_1^2}{2\sigma^2}} = 8000 + \frac{2000}{\sqrt{2\pi} \cdot F(4)} e^{-8} = 8000 + \frac{2000}{F(4) \sqrt{2\pi}} e^{-8} = 8000,26 \text{ h}$$

Zadatak 44. Funkcija raspodele vremena bezotkaznog rada nekih elektro vakuumskih ure|aja data je relacijom

$$f(t) = \frac{t}{\sigma^2} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$$

- Izra-unati $R(t)$, $\lambda(t)$ i srednje vreme bezotkaznog rada T_{sr} za $t=500$, $t=1000$ i $t=2000$ ~asova ako je $\sigma=1000$ ~asova. Rezultate izra~unavanja srediti tabelarno.
- [ta se mo`e zaklju~iti iz dobijenih rezultata u pogledu vremena rada ovih elektro vakuumskih ure|aja ?

Re{enje:

Kada je poznata funkcija gustine raspodele vremena bezotkaznog rada, funkcija pouzdanosti se mo`e odrediti na slede}i na-in:

$$R(t) = 1 - \int_0^t f(t) dt = 1 - \int_0^t \frac{t}{\sigma^2} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} dt = e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$$

Polaze}i od poznate relacije za funkciju intenziteta otkaza dobija se:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{t}{\sigma^2}$$

Srednje vreme bezotkaznog rada je:

$$T_{sr} = \int_0^{\infty} R(t) dt = \int_0^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} dt = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma = 1253,34 h \approx 1253h$$

Izra~unati podaci za zadato vreme rada dati su u tabeli 44.1.

Tabela 44.1.

$t[h]$	$R(t)$	$f[h^{-1}] \cdot 10^{-4}$	$\lambda[h^{-1}] \cdot 10^{-4}$
500	0,8825	4,40	5
1000	0,6065	6,06	10
2000	0,1353	2,71	20

Iz dobijenih rezultata se vidi da se pouzdanost ovih ure|aja znatno smanjuje sa pove}anjem vremena upotrebe.

Zadatak 45. Pri ispitivanju pouzdanosti partije od 2000 GaAs tranzistora u toku 2000 h, na povi}enoj temperaturi od $T_1=450$ K, otkazala su 4 uzorka.

- Odrediti intenzitet otkaza ovih tranzistora na radnoj temperaturi od $T_r=330$ K.
- Koliko (puta) bi du`e trajalo ispitivanje navedene partije tranzistora na temperaturi T_r da bi se dobili parametri pouzdanosti iste ta-nosti? Smatrati da je temperaturna zavisnost intenziteta otkaza GaAs tranzistora

$$\lambda(T) = \lambda_0 e^{-\frac{T_{kr}-T}{T_0}} [h^{-1}]$$

gde su:

λ_0 - osnovni intenzitet otkaza (konstanta nezavisna od temperature),

$T_0=120$ K i

T_{kr} - kriti-na temperatura u [K] .

Re{enje:

a) Prema relaciji datoj u zadatku, intenzitet otkaza na temperaturi T_1 je:

$$\lambda_1 = \lambda_0 e^{\frac{T_{kr}-T_1}{T_0}} = \lambda_0 e^{\frac{T_{kr}-450}{120}}$$

a na T_r :

$$\lambda_r = \lambda_0 e^{\frac{T_{kr}-T_r}{T_0}} = \lambda_0 e^{\frac{T_{kr}-330}{120}}$$

Deljenjem gornje dve relacije dobija se:

$$\frac{\lambda_r}{\lambda_1} = e^{\frac{330-450}{120}} = e^{-1} = \frac{1}{e}$$

odnosno

$$\lambda_r = \frac{\lambda_1}{e}$$

Koriste}i podatke date u zadatku, za intenzitet otkaza na temperaturi T_1 , dobija se:

$$\lambda_1 = \frac{|\Delta R|}{R \cdot \Delta t} = \frac{|\Delta N|}{N_0 \cdot \Delta t} = \frac{4}{2000 \cdot 2000} = 10^{-6} \text{ [h}^{-1}\text{]}$$

Zamenjuju}i dobijeni rezultat u izrazu za λ_r , dobija se:

$$\lambda_r = \frac{10^{-6}}{e} = 0,36787944 \cdot 10^{-6} \text{ [h}^{-1}\text{]}$$

b) Da bi se dobili isti podaci za pouzdanost pri ispitivanju na T_r , kao i na T_1 , potrebno je vr}iti ispitivanje na T_r sve dok se ne ispuní uslov:

$$R_r = e^{-\lambda_r \cdot t_r} = R_1 = e^{-\lambda_1 \cdot t_1}$$

odakle sledi da je:

$$t_r = \frac{\lambda_1}{\lambda_r} t_1 = e \cdot t_1 = e \cdot 2000 = 5436,56 \text{ h}$$

To zna}i da bi ispitivanje trebalo da traje e puta du`e, odnosno 5436,56 ~asova.

Zadatak 46. Radni elementi jedne ma}ine mogu se svrstati u ~etiri grupe (A, B, C i D), u zavisnosti od toga kada i koliko rade u radnom ciklusu, koji se kod ma}ine ponavlja sa periodom T , kao }to je prikazano na slici 46.1. Intenziteti otkaza pojedinih grupa elemenata kada obavljaju funkciju su

$$\lambda_A = \lambda_B = \lambda_C = \lambda_D = \lambda_0 \ln \frac{t}{\tau}, \quad \lambda_0, \tau = \text{const.}$$

a u fazi mirovanja u radnom ciklusu

$$\lambda_{A1} = \lambda_{B1} = \lambda_{C1} = \lambda_{D1} = \lambda_0$$

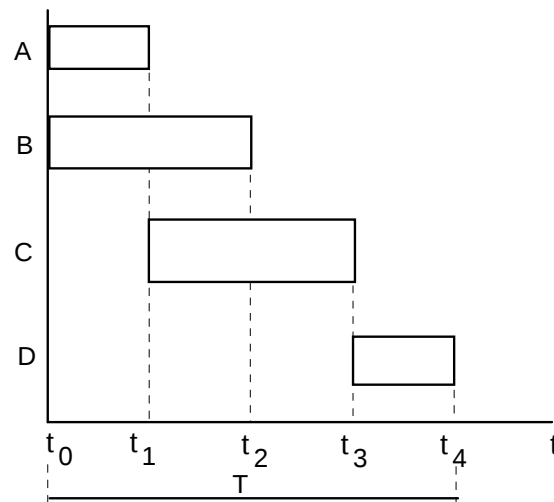
Kolika je pouzdanost rada ove mašine za vreme rada T, ako je za pouzdan rad mašine potrebno da svaki od blokova pouzdano radi u svom vremenskom intervalu?.

$$t_1 = t_0 + 0,25 \cdot T$$

$$t_2 = t_0 + 0,50 \cdot T$$

$$t_3 = t_0 + 0,75 \cdot T$$

$$t_4 = t_0 + 1,0 \cdot T$$



Slika 46.1.

Rešenje:

Pouzdanost rada ove mašine za vreme rada T, ako je za njen pouzdan rad potrebno da svaki od blokova pouzdano radi u svom vremenskom intervalu, jeste

$$R_s = \prod R_i = e^{-\sum_{t_{0i}}^{t_i} \lambda_i(t) dt}$$

gde je

$$\sum_{t_{0i}}^{t_i} \lambda_i(t) dt = \int_{t_0}^{t_1} \lambda_0 \ln \frac{t}{\tau} dt + \int_{t_0}^{t_2} \lambda_0 \ln \frac{t}{\tau} dt + \int_{t_1}^{t_3} \lambda_0 \ln \frac{t}{\tau} dt + \int_{t_3}^{t_4} \lambda_0 \ln \frac{t}{\tau} dt$$

odnosno

$$\sum_{t_{0i}}^{t_i} \lambda_i(t) dt = \int_{t_0}^{t_4} \lambda_0 \ln \frac{t}{\tau} dt + \int_{t_0}^{t_2} \lambda_0 \ln \frac{t}{\tau} dt$$

Posle rešavanja integrala, dobija se

$$\sum_{t_{0i}}^{t_i} \lambda_i(t) dt = \lambda_0 \left[t_4 \left(\ln \frac{t_4}{\tau} - 1 \right) - t_0 \left(\ln \frac{t_0}{\tau} - 1 \right) + t_2 \left(\ln \frac{t_2}{\tau} - 1 \right) - t_0 \left(\ln \frac{t_0}{\tau} - 1 \right) \right]$$

gde je

$$\int \ln x dx = x \ln x - x$$

Nakon sređivanja, dobija se

$$\sum_{t_{0i}}^{t_i} \lambda_i(t) dt = \lambda_0 \left[-\frac{3}{2}T + \ln \left(\frac{t_0 + T}{\tau} \right)^{t_0 + T} \left(\frac{t_0 + \frac{T}{2}}{\tau} \right)^{t_0 + \frac{T}{2}} \left(\frac{t_0}{\tau} \right)^{-2t_0} \right]$$

Konačno za pouzdanost se dobija

$$R_s = e^{\frac{3}{2}T\lambda_0} \left(\frac{\tau}{t_0 + T} \right)^{(t_0 + T)\lambda_0} \left(\frac{\tau}{t_0 + \frac{T}{2}} \right)^{\left(t_0 + \frac{T}{2}\right)\lambda_0} \left(\frac{t_0}{T} \right)^{2t_0\lambda_0}$$

Zadatak 47. Radni elementi jedne mašine mogu se svrstati u četiri grupe (A, B, C i D), u zavisnosti od toga kada i koliko rade u radnom ciklusu, koji se kod mašine ponavlja sa periodom T, kao što je to prikazano na slici 47.1. Intenziteti otkaza pojedinih grupa elemenata kada obavljaju funkciju su

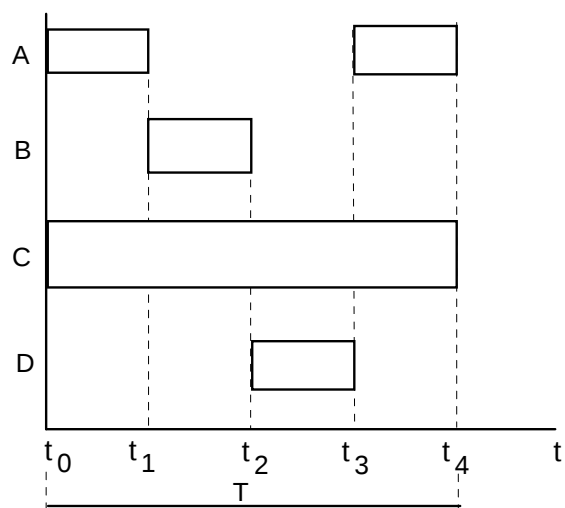
$$\lambda_A = \lambda_B = \lambda_C = \lambda_D = \lambda_0 \ln \frac{t}{\tau}, \quad \lambda_0, \tau = \text{const.}$$

a u fazi mirovanja u radnom ciklusu:

$$\lambda_{A1} = \lambda_{B1} = \lambda_{C1} = \lambda_{D1} = \lambda_0$$

Kolika je pouzdanost rada ove mašine za vreme rada T, ako je za pouzdan rad mašine potrebno da svaki od blokova pouzdano radi u svom vremenskom intervalu?

$$\begin{aligned}
 t_1 &= t_0 + 0,25 \cdot T \\
 t_2 &= t_0 + 0,50 \cdot T \\
 t_3 &= t_0 + 0,75 \cdot T \\
 t_4 &= t_0 + 1,0 \cdot T
 \end{aligned}$$



Slika 47.1.

Rezultat:

Istim postupkom kao u prethodnom zadatku, za pouzdanost mašine se dobije

$$R_s = e^{-2\lambda_0 T \left(\ln \frac{T}{\tau} - 1 \right)}$$

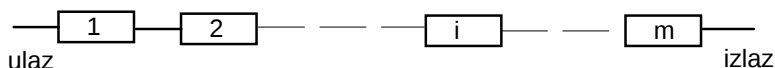
2.2. POUZDANOST SISTEMA

2.2.1. Redna konfiguracija elemenata

Zadatak 1. Ako se jedan sistem sastoji od 10 identičnih elemenata u rednoj konfiguraciji sa pouzdanosti 0,99, pri čemu su otkazi elemenata nezavisni, kolika je pouzdanost tog sistema? Kolika bi bila pouzdanost sistema ako bi umesto 10 bilo 50 takvih elemenata? Kako se ponaša pouzdanost sistema, sa elementima u rednoj konfiguraciji, pri povećanju broja elemenata? Kako utiče veličina pouzdanosti jednog elementa na promenu pouzdanosti sistema pri povećanju broja elemenata?

Rešenje:

Primenom opšte relacije za pouzdanost sistema sa rednom konfiguracijom od m elemenata čiji su otkazi nezavisni (slika 1.1.):



Slika 1.1.

$$R_s = \prod_{i=1}^m R_i, \quad i = 1, \dots, m$$

U slučaju kada su svi elementi identični, tj. $R_1 = R_2 = \dots = R_m$, dobija se:

$$R_s = R^m.$$

Međutim, u slučaju 10 elemenata, čija je pojedinačna pouzdanost 0,99, dobija se:

$$R_s = 0,99^{10} = 0,9044 \quad \text{ili} \quad 90,44\%$$

Ukoliko je 50 istih takvih elemenata, dobija se:

$$R_s = 0,99^{50} = 0,6050 \quad \text{ili} \quad 60,50\%.$$

Očigledno da se rednoj konfiguraciji povećanjem broja elemenata pouzdanost smanjuje. Smanjenje je brže što je pouzdanost elementa manja. To se veoma očigledno vidi ako se grafički prikaže zavisnost pouzdanosti sistema od broja elemenata, pri čemu se pouzdanost jednog elementa uzima kao parametar.

Zadatak 2. Sistem se sastoji od tri redno povezana elementa, koji imaju konstantne intenzitete otkaza $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$. Ako je $\lambda_1 = 4,2$ otkaza/ 10^6 h, $\lambda_2 = 8,0$ otkaza/ 10^6 h i $\lambda_3 = 0,5$ otkaza/ 10^6 h, odrediti intenzitet otkaza sistema λ_s , pouzdanost sistema za 100

~asova rada, srednje vreme izmedju otkaza (pretpostavlja se da je sistem popravljiv) i izraz za funkciju gustine otkaza sistema.

Re{enje:

Po{to su intenziteti otkaza konstantne veli~ine, tj. va`i eksponencijalna raspodela otkaza, iz relacije:

$$\lambda_s(t) = \sum_{i=1}^m \lambda_i(t)$$

dobija se:

$$\lambda_s = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = (4,2 + 8,0 + 0,5) \cdot 10^6 = 12,7 \cdot 10^6 [1/h]$$

Kori{}enjem relacije

$$R(t) = e^{-\sum_{i=1}^m \lambda_i \cdot t}$$

dobija se:

$$R(t) = e^{-12,7 \cdot 10^6 \cdot 100} = 0,9987$$

U slu~aju rednog modela pouzdanosti, srednje vreme izme|u otkaza dobija se primenom jedna~ine:

$$T_0 = \frac{1}{\sum_{i=1}^m \lambda_i} = \frac{1}{\lambda_s}$$

odakle je:

$$T_0 = \frac{1}{12,7 \cdot 10^6} = 78740[h]$$

Jednostavnom zamenom parametra $\lambda_s = 12,7 \cdot 10^6 [1/h]$ u relaciji:

$$f(t) = \lambda_s e^{-\lambda_s t}, \quad (t \geq 0, \Lambda > 0)$$

dobija se izraz za funkciju gustine vremena rada do otkaza razmatranog sistema:

$$f(t) = 12,7 \cdot 10^6 e^{-12,7 \cdot 10^6 t} [1/h]$$

Zadatak 3. Odrediti pouzdanost rada, u toku jedne godine, flip-flopa koji se sastoji od sledećih komponenti: 2 tranzistora, 2 diode, 4 kondenzatora i 12 otpornika. Navedene komponente imaju sledeće intenzitete otkaza:

- tranzistor (silicijumski) 0,018 [%/1000h]
- dioda (silicijumska) 0,0036 [%/1000h]
- kondenzator (papirni) 0,001 [%/1000h]
- otpornik (maseni) 0,001 [%/1000h].

Smatrati da veze izmedju komponenata rade pouzdano.

Rešenje:

S obzirom na to da je re~ o konstantnom intenzitetu otkaza komponenti, to va`i eksponencijalni zakon pouzdanosti.

Ako flip-flop radi pouzdano samo onda kada mu sve komponente (sastavni delovi) rade pouzdano ({to zna~i da se mo`e predstaviti rednim modelom pouzdanosti), tada se pouzdanost rada flip-flopa mo`e izra~unati kori{}enjem slede}e op{te relacije:

$$R_{FF} = \prod_{i=1}^m R_i = e^{-\sum_{i=1}^m \lambda_i \cdot t} = e^{-\lambda_{FF} \cdot t}$$

Intenzitet otkaza flip-flopa je:

$$\lambda_{FF} = 2 \cdot 0,018 + 2 \cdot 0,0036 + 12 \cdot 0,001 + 4 \cdot 0,001$$

$$\lambda_{FF} = 0,0592 \text{ [%/1000h]} = 0,0592 \cdot 10^{-3} \text{ [%/h]} = 0,0592 \cdot 10^{-5} \text{ [1/h]}$$

Ako godina ima 365 dana, odnosno 8760 sati, pouzdanost rada flip-flopa za godinu dana je:

$$R_{FF}(t) = e^{-\lambda_{FF} \cdot t}$$

odnosno

$$R_{FF}(1 \text{ godina} = 8760 \text{ h}) = e^{-0,0592 \cdot 100^{-1} \cdot 1000^{-1} \cdot 8760} \approx 0,995$$

Zadatak 3. Sistem se sastoji od 5 elemenata, pri ~emu su verovatno}e bezotkaznog rada tih elemenata u toku $t = 100$ ~asova rada: $R_1(100) = 0,9996$, $R_2(100) = 0,998$, $R_3(100) = 0,9996$, $R_4(100) = 0,999$, $R_5(100) = 0,9998$. Na}i gustinu vremena rada do otkaza (frekvenciju otkaza) sistema u momentu $t = 100$ ~asova, koriste}i pribli`nu i ta~nu relaciju za pouzdanost. Odrediti gre{}ku pri odre|ivanju frekvencije otkaza pribli`nom relacijom. Pretpostavlja se da su otkazi nezavisni, pouzdanost podle`e eksponencijalnoj raspodeli i elementi su, s obzirom na pouzdanost, povezani redno (serijski) u sistemu.

Re{enje:

U slu~aju modela sa rednom konfiguracijom elemenata, pouzdanost sistema mo`e se odrediti relacijom:

$$R_s = R_1 \cdot R_2 \cdots R_m = \prod_{i=1}^m R_i$$

Za podatke u zadatku pouzdanost sistema je:

$$R_s = \prod_{i=1}^5 R_i = 0,9996 \cdot 0,9998 \cdot 0,9996 \cdot 0,999 \cdot 0,9998 = 0,9978$$

U slu~aju eksponencijalne raspodele pouzdanost jednog elementa data je relacijom:

$$R_i = e^{-\lambda_i \cdot t}$$

pa je pouzdanost sistema:

$$R_s = \prod_{i=1}^m e^{-\lambda_i \cdot t} = e^{-t \sum_{i=1}^m \lambda_i} = e^{-\lambda_s \cdot t}$$

gde je:

$$\lambda_s = \sum_{i=1}^m \lambda_i$$

Ukoliko je pouzdanost ve}a od 0,9, odnosno $\lambda \cdot t \leq 0,1$ izraz $R = e^{-\lambda \cdot t}$ mo`e da se zameni jednostavnijim, a da gre{ka u prora~unu ne bude velika, tj.:

$$R = e^{-\lambda \cdot t} \approx 1 - \lambda \cdot t$$

pa je analogno

$$R_s(t) = 1 - t \sum_{i=1}^m \lambda_i = 1 - \lambda_s \cdot t$$

Funkcija gustine vremena rada do otkaza (frekvencija otkaza), ako je poznata pouzdanost, mo`e se odrediti relacijom:

$$f_s(t) = \frac{dF_s(t)}{dt} = \frac{d[1 - R_s(t)]}{dt} = -\frac{dR_s(t)}{dt}$$

odnosno posle zamene relacije za pouzdanost sistema i diferenciranja, dobija se:

$$f_s(t) = \lambda_s e^{-\lambda_s \cdot t} \approx \lambda_s (1 - \lambda_s \cdot t)$$

Iz aproksimativne relacije za pouzdanost sistema, za intenzitet otkaza sistema, dobija se:

$$\lambda_s = \frac{1 - R_s(t)}{t} = \frac{1 - R_s(100)}{100} = 2,2 \cdot 10^{-5} [1/h]$$

Zamenom vrednosti za λ_s u relaciji za frekvenciju otkaza sistema, dobija se:

$$f_s(t) \approx 2,2 \cdot 10^{-5} (1 - 2,2 \cdot 10^{-5} \cdot 100) = 2,195 \cdot 10^{-5} [1/h]$$

Korišćenjem tačne relacije za pouzdanost sistema, za frekvenciju otkaza sistema, dobija se

$$f_s = -\frac{\ln R_s}{t} (1 - \ln R_s) = 2,199 \cdot 10^{-5} [1/h]$$

Lako se može pokazati da greška određivanja frekvencije otkaza približnom relacijom iznosi oko 0,18%.

Zadatak 5. Sistemi se formiraju od elemenata sa intenzitetom otkaza $0,1 \cdot 10^{-6}$ otkaza/h. Jedan sistem je sastavljen od $N_1 = 500$, a drugi od $N_2 = 2000$ elemenata. Odrediti za svaki sistem:

- intenzitet otkaza,
- pouzdanost rada posle 100 h-ova i
- srednje vreme do otkaza.

Pretpostaviti da je za ispravan rad sistema potrebno da svi elementi ispravno rade.

Rešenje:

a) Intenziteti otkaza sistema su:

$$\lambda_{s1} = N_1 \cdot \lambda = 500 \cdot 0,1 \cdot 10^{-6} = 50 \cdot 10^{-6} [1/h]$$

$$\lambda_{s2} = N_2 \cdot \lambda = 2000 \cdot 0,1 \cdot 10^{-6} = 200 \cdot 10^{-6} [1/h]$$

b) Pouzdanosti sistema su:

$$R_{s1}(100) = e^{-\lambda_{s1} \cdot t} = e^{-50 \cdot 10^{-6} \cdot 100} = 0,995$$

$$R_{s2}(100) = e^{-\lambda_{s2} \cdot t} = e^{-200 \cdot 10^{-6} \cdot 100} = 0,980$$

c) Srednje vreme do otkaza za sisteme je:

$$T_{0s1} = \frac{1}{\lambda_{s1}} = 20000 \cdot h$$

$$T_{0s2} = \frac{1}{\lambda_{s2}} = 5000 \cdot h$$

Zadatak 6. Sistem se sastoji od dva redno vezana bloka –ije su pouzdanosti u toku 100 –asova rada $R_1(100) = 0,98$, i $R_2(100) = 0,97$. Uz pretpostavku da se pouzdanost ponaša po eksponencijalnom zakonu, treba odrediti srednje vreme do otkaza sistema.

Rešenje:

Za sistem sa rednim modelom od dva bloka, za pouzdanost se dobija:

$$R_s(100) = R_1(100) \cdot R_2(100) = 0,98 \cdot 0,97 = 0,9506 \approx 0,95$$

Na osnovu:

$$R_s(100) = e^{-\lambda_s \cdot t} = e^{-\lambda_s \cdot 100}$$

logaritmiranjem se dobija:

$$\lambda_s = 0,00513 \cdot [1/h]$$

Sada se za srednje vreme do otkaza sistema dobija:

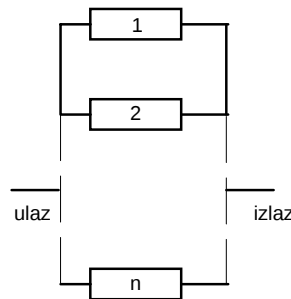
$$T_{0s} = \frac{1}{\lambda_s} \approx 1500 \cdot [h]$$

2.2.2. Paralelna konfiguracija elemenata

Zadatak 7. Ako se jedan sistem sastoji od 5 identičnih elemenata u paralelnoj konfiguraciji sa pouzdanosti u 0,40, pri čemu su otkazi elemenata nezavisni, kolika je pouzdanost tog sistema? Kolika bi bila pouzdanost sistema ako bi umesto 5 bilo 10 takvih elemenata? Kako se ponaša pouzdanost sistema, sa elementima u paralelnoj konfiguraciji, pri povećanju broja elemenata? Kako utiče veličina pouzdanosti jednog elementa na promenu pouzdanosti sistema pri povećanju broja elemenata?

Rešenje:

Nepouzdanost sistema od n elemenata u paralelnoj konfiguraciji (slika 7.1.) glasi:



Slika 7.1.

$$Q_s = Q_1 \cdot Q_2 \cdots Q_n = \prod_{j=1}^n Q_j = \prod_{j=1}^n (1 - R_j)$$

a pouzdanost

$$R_s = 1 - Q_s = 1 - \prod_{j=1}^n (1 - R_j)$$

U slučaju kada su elementi identični, tj. $R_1 = R_2 = \dots = R_n = R$, za pouzdanost ovakvog sistema se dobija

$$R_s = 1 - (1 - R)^n$$

U slučaju 5 elemenata dobija se:

$$R_s = 1 - (1 - 0,4)^5 = 0,922$$

a u slučaju 10 elemenata dobija se:

$$R_s = 1 - (1 - 0,4)^{10} = 0,994$$

Očigledno da se paralelnoj konfiguraciji povećanjem broja elemenata pouzdanost povećava. Povećanje je brže što je pouzdanost elementa veća. Zbog toga, ako je pouzdanost jednog elementa između 0,8 i 0,9, broj elemenata u paralelnoj konfiguraciji ne

bi trebalo da bude veći od 3, jer se za veći broj elemenata pouzdanost neznatno povećava. To se veoma očigledno vidi ako se grafički prikaže zavisnost pouzdanosti sistema od pouzdanosti jednog elementa, pri čemu se broj elemenata uzima kao parametar.

Zadatak 8. Naći srednje vreme bezotkaznog rada sistema sastavljenog od n elemenata, koji su u smislu pouzdanosti povezani paralelno i gde se pouzdanost svakog elementa ponaša po eksponencijalnoj raspodeli sa istim intenzitetom otkaza ($\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n = \lambda$).

Rešenje:

Primenom opšte relacije za pouzdanost sistema za paralelnu konfiguraciju od n elemenata iz prethodnog zadatka:

$$R_s = 1 - \prod_{j=1}^n (1 - R_j), \quad j = 1, \dots, n$$

u slučaju kada su svi elementi identični, dobija se:

$$R_s = 1 - (1 - R)^n$$

Kako je za konstantan intenzitet otkaza pouzdanost jednog elementa data izrazom:

$$R_i = e^{-\lambda_i \cdot t}$$

to je za $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n = \lambda$, pouzdanost ovog sistema data relacijom:

$$R_s = 1 - (1 - e^{-\lambda \cdot t})^n$$

Srednje vreme bezotkaznog rada određuje se relacijom:

$$T_0 = \int_0^{\infty} R(t) dt \quad \text{odnosno} \quad T_0 = \int_0^{\infty} [1 - (1 - e^{-\lambda \cdot t})^n] dt$$

Uvodjenjem smene $1 - e^{-\lambda \cdot t} = x$ i određivanjem granica nove promenjive, dobija se:

$$T_0 = \frac{1}{\lambda} \cdot \int_0^1 \frac{1 - x^n}{1 - x} dx = \frac{1}{\lambda} \cdot \int_0^1 (1 + x + \dots + x^{n-1}) dx$$

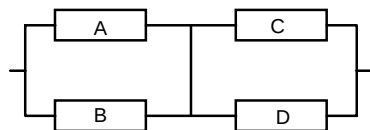
odnosno

$$T_0 = \frac{1}{\lambda} \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} \right) \approx \frac{1}{\lambda} \cdot (\ln n + C)$$

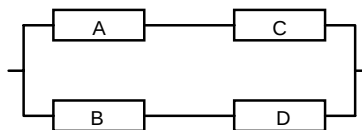
gde je $C = 0,577$ Eulerova konstanta.

2.2.3. Kombinovana konfiguracija elemenata

Zadatak 9. Izračunati pouzdanost sistema prikazanih na slici 9.1.a i 9.1.b, ako pouzdanosti elemenata imaju vrednosti: $R_A = 0,92$, $R_B = 0,86$, $R_C = 0,99$ i $R_D = 0,89$. [ta se može zaključiti iz poredjenja pouzdanosti sistema koji se sastoje od istih elemenata u različitim konfiguracijama?



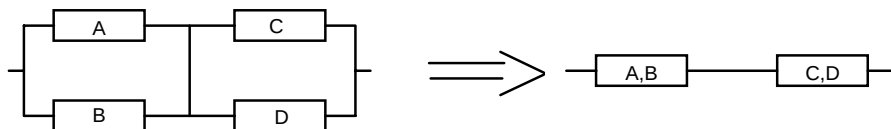
Slika 9.1.a



Slika 9.1.b

Rešenje:

a) Sistem na slici 9.1.a može se posmatrati kao sistem sastavljen od dva redno vezana podsistema, od kojih se prvi podsistem sastoji od elementa A i B u paralelnoj vezi, a drugi podsistem od elemenata C i D, takođe, u paralelnoj vezi, kao na slici 9.1.c.



Slika 9.1.c

Pouzdanost podsistema A,B (grupe sastavljene od elemenata A i B), na slici 9.1.c, biće:

$$R_{AB} = 1 - (1 - R_A)(1 - R_B) = 1 - (1 - 0,92)(1 - 0,86) = 0,9888$$

Pouzdanost grupe elemenata C i D, na slici 9.1.a odnosno drugog podsistema na sl. 9.1.c, glasi:

$$R_{CD} = 1 - (1 - R_C)(1 - R_D) = 1 - (1 - 0,99)(1 - 0,89) = 0,9989$$

Sada je pouzdanost sistema sa slike 9.a:

$$R_a = R_{AB} R_{CD} = 0,9888 \cdot 0,9989 = 0,9877$$

b) Pouzdanost pravca koji sadrži elemente A i C (na slici 9.1.b), glasi:

$$R_{AC} = R_A R_C = 0,92 \cdot 0,99 = 0,9108$$

a pouzdanost pravca sa elementima B i D na slici 9.1.b:

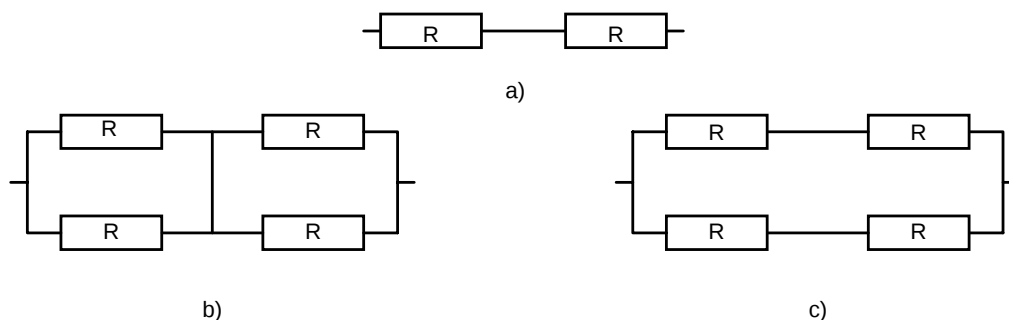
$$R_{BD} = R_B R_D = 0,86 \cdot 0,89 = 0,7654$$

Sada je pouzdanost sistema na slici 9.1.b:

$$R_b = 1 - (1 - R_{AC})(1 - R_{BD}) = 1 - (1 - 0,9108)(1 - 0,7654) = 0,9791$$

Upoređivanjem vrednosti pouzdanosti u ova dva slučaja (0,9877 i 0,9791) može se zaključiti da razne konfiguracije od istog broja istih elemenata imaju za rezultat različite pouzdanosti sistema koji se sastoje od tih elemenata.

Zadatak 10. Pokazati koji od predloženih načina rezerviranja (redundovanja) na slikama 10.1.b i 10.1.c, sistema na slici 10.1.a, obezbedjuje najbolju pouzdanost, ako se sistem na slici 10.1.a sastoji od elementa čija je pouzdanost rada u toku jedne godine $R = 0,8$.



Slika 10.1.

Rezultate:

Pouzdanost sistema na slici 10.1.a glasi:

$$R_a = R^2 = 0,64$$

Pouzdanost sistema na slici 10.1.b glasi:

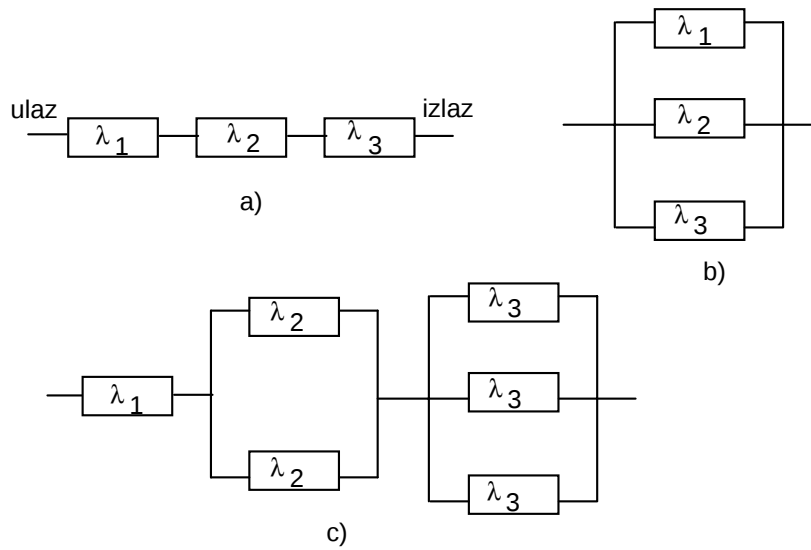
$$R_b = [1 - (1 - R)^2]^2 = 0,92$$

Pouzdanost sistema na slici 10.1.c glasi:

$$R_c = (1 - (1 - R^2))^2 = 0,8704$$

Očigledno da model pouzdanosti kao na slici 10.1.a ne obezbedjuje povećanje, već daje smanjenje pouzdanosti. Načini rezerviranja na slici 10.1.b (pojedinačno rezerviranje odnosno redno-paralelni model pouzdanosti) i slici 10.1.c (opšte rezerviranje odnosno paralelo-redni model pouzdanosti) koriste isti broj elemenata. Međutim, veću pouzdanost obezbedjuje način rezerviranja na slici 10.1.b.

Zadatak 11. Odrediti pouzdanost sistema na slikama 11.1.a, b i c ako su mogući samo slučajni otkazi i ako su intenziteti otkaza pojedinih elemenata λ_1 , λ_2 i λ_3 .



Slika 11.1.

Re{enje:

Na slikama 11.1.a, b i c prikazani su primeri modela pouzdanosti redne, paralelne i me{ovite veze elemenata, respektivno. S obzirom na to da su intenziteti otkaza λ_1 , λ_2 i λ_3 konstantni, sledi da su funkcije raspodele vremena rada do otkaza ovih elemenata eksponencijalne, odnosno da su pouzdanosti pojedinih elemenata:

$$R_1 = R_{01}e^{-\lambda_1 \cdot t}, \quad R_2 = R_{02}e^{-\lambda_2 \cdot t}, \quad R_3 = R_{03}e^{-\lambda_3 \cdot t}$$

Tako se dobija:

a)

$$R_{s_a}(t) = R_{01}R_{02}R_{03}e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)t} = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)t}$$

pri $R_{01} = R_{02} = R_{03} = 1$, {to zna-i da u trenutku $t = 0$ svi elementi pouzdano rade.

b) Nepouzdanost sistema $Q_{sb}(t)$ jednaka je proizvodu nepouzdanosti elemenata Q_1 , Q_2 i Q_3 , gde su:

$$Q_1 = 1 - R_1, \quad Q_2 = 1 - R_2, \quad Q_3 = 1 - R_3, \quad Q_{sb} = 1 - R_{sb}$$

pa je

$$R_{s_b} = 1 - Q_{s_b} = 1 - Q_1 \cdot Q_2 \cdot Q_3 = 1 - (1 - R_1)(1 - R_2)(1 - R_3)$$

odnosno

$$R_{s_b} = 1 - (1 - R_{01}e^{-\lambda_1 \cdot t})(1 - R_{02}e^{-\lambda_2 \cdot t})(1 - R_{03}e^{-\lambda_3 \cdot t})$$

$$R_{s_b} = e^{-\lambda_1 \cdot t} + e^{-\lambda_2 \cdot t} + e^{-\lambda_3 \cdot t} - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} - e^{-(\lambda_1 + \lambda_3)t} + e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)t}$$

c) Sistem na slici 11.1.c predstavlja kombinaciju veze rednog i paralelnog modela pouzdanosti, pa je pouzdanost tog sistema:

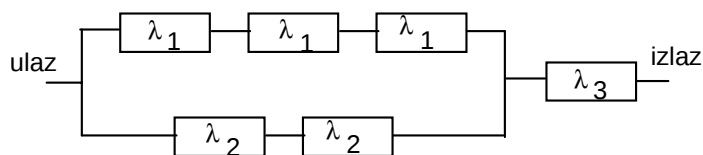
$$R_{s_c} = R_1 [1 - (1 - R_2)^2] [1 - (1 - R_3)^2]$$

odnosno

$$R_{s_b} = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)t} (6 - 6e^{-\lambda_3 t} + 2e^{-2\lambda_3 t} - 3e^{-\lambda_2 t} + 3e^{-(\lambda_2 + \lambda_3)t} - e^{-(\lambda_2 + 2\lambda_3)t})$$

smatraju}i da je $R_{01} = R_{02} = R_{03} = 1$.

Zadatak 12. Odrediti pouzdanost i srednje vreme rada do otkaza sistema prikazanog na slici 12.1, ako je $3\lambda_1 = 2\lambda_2 = \lambda_3 = 10^{-6}$ 1/h.



Slika 12.1.

Re{enje:

Pouzdanost sistema na slici 12.1 je:

$$R_s = [1 - (1 - e^{-3\lambda_1 t})(1 - e^{-2\lambda_2 t})] e^{-\lambda_3 t}$$

odnosno

$$R_s = 2e^{-2\lambda_3 t} - e^{-3\lambda_3 t} = 2 \cdot e^{10^{-2 \cdot 10^{-6} t}} - e^{10^{-3 \cdot 10^{-6} t}}$$

gde je t u ~asovima.

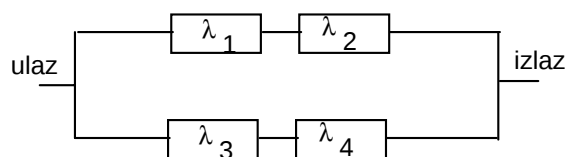
Srednje vreme rada do otkaza odre|uje se relacijom:

$$T_{sr} = \int_0^{\infty} R_s(t) dt = \int_0^{\infty} (2e^{-2\lambda_3 t} - e^{-3\lambda_3 t}) dt$$

odakle se, posle izra~unavanja integrala, dobija

$$T_{sr} = \frac{2}{2\lambda_3} - \frac{1}{3\lambda_3} = \left(1 - \frac{1}{3}\right) \frac{1}{\lambda_3} = \frac{2}{3} \cdot 10^6 \frac{1}{h}$$

Zadatak 132. Na slici 13.1. prikazan je model pouzdanosti jednog sistema. Potrebno je odrediti intenzitet otkaza ovog sistema ako intenziteti pojedinih blokova (elemenata sistema) λ_1 , λ_2 , λ_3 i λ_4 ne zavise od vremena (ve} su konstantni).



Slika 13.1.

Re{enje:

Intenzitet otkaza datog sistema mo`e se odrediti polaze}i od definicione relacije:

$$\lambda_s(t) = -\frac{dR_s(t)}{dt} \cdot \frac{1}{R_s(t)}$$

gde je $R_s(t)$ pouzdanost datog sistema. Pouzdanost sistema na slici 13.1. izra`ava se kao

$$R_s = 1 - (1 - R_1 R_2)(1 - R_3 R_4)$$

odnosno posle izra`avanja pouzdanosti pojedinih elemenata preko intenziteta otkaza tih elemenata:

$$R_s = 1 - (1 - R_{01} R_{02} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t})(1 - R_{03} R_{04} e^{-(\lambda_3 + \lambda_4)t})$$

Pri $R_{01} = R_{02} = R_{03} = R_{04} = 1$, dobija se

$$R_s = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} + e^{-(\lambda_3 + \lambda_4)t} - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4)t}$$

S obzirom na to da je:

$$-\frac{dR_s(t)}{dt} = (\lambda_1 + \lambda_2)e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} + (\lambda_3 + \lambda_4)e^{-(\lambda_3 + \lambda_4)t} - (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4)e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4)t}$$

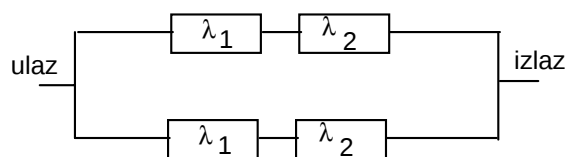
intenzitet otkaza sistema je dat relacijom:

$$\lambda_s(t) = \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} + (\lambda_3 + \lambda_4)e^{-(\lambda_3 + \lambda_4)t} - (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4)e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4)t}}{e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} + e^{-(\lambda_3 + \lambda_4)t} - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4)t}}$$

Zadatak 14. Na slici 14.1. prikazan je model pouzdanosti rezerviranog (redundovanog) sistema po modelu op{teg rezerviranja. Intenziteti otkaza elemenata osnovnog sistema λ_1 i λ_2 ne zavise od vremena, a srednje vreme njihovog bezotkaznog rada je $T_{sr1} = 200$ h i $T_{sr2} = 300$ h.

Potrebno je:

- izvesti izraze za pouzdanost kompletnog sistema $R_s = R_s(t, T_{sr1}, T_{sr2})$ i izra~unati pouzdanost za $t = 100$ h;
- odrediti srednje vreme rada do otkaza sistema.



Slika 14.1.

Re{enje:

a) S obzirom na to da su λ_1 i λ_2 konstantne veli-ine, pouzdanost pojedinih elemenata data je izrazima:

$$R_1 = R_{01}e^{-\lambda_1 \cdot t}, \text{ i } R_2 = R_{02}e^{-\lambda_2 \cdot t}$$

Pouzdanost sistema na slici 14.1 se odre|uje na poznat na-in za model koji predstavlja kombinaciju redne i paralelne veze elemenata:

$$R_s = 1 - (1 - R_1 R_2)(1 - R_1 R_2) = 1 - (1 - R_1 R_2)^2 = R_1 R_2 (2 - R_1 R_2)$$

odnosno

$$R_s = R_{01} R_{02} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} (2 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t})$$

Polaze}i od definicione relacije za srednje vreme do otkaza

$$T_{sr} = \int_0^{\infty} R(t) dt$$

srednje vreme do otkaza pojedinih elemenata dobija se

$$T_{sr_1} = \int_0^{\infty} R_1(t) dt = \int_0^{\infty} R_{01} e^{-\lambda_1 \cdot t} dt = R_{01} \frac{1}{\lambda_1} = \frac{1}{\lambda_1}, \text{ pri } R_{01} = 1$$

$$T_{sr_2} = \int_0^{\infty} R_2(t) dt = \int_0^{\infty} R_{02} e^{-\lambda_2 \cdot t} dt = R_{02} \frac{1}{\lambda_2} = \frac{1}{\lambda_2}, \text{ pri } R_{02} = 1$$

Zamenom relacija za srednje vreme rada do otkaza elemenata u relaciji za pouzdanost sistema, dobija se:

$$R_s = 2e^{-\left(\frac{1}{T_{sr_1}} + \frac{1}{T_{sr_2}}\right)t} - e^{-2\left(\frac{1}{T_{sr_1}} + \frac{1}{T_{sr_2}}\right)t}$$

pri ~emu je uzeto $R_{01} = R_{02} = 1$.

Iz relacija za srednje vreme rada do otkaza elementa 1 i elementa 2, za poznate vrednosti srednjeg vremena rada do otkaza, za intenzitet otkaza elemenata dobija se:

$$\lambda_1 = \frac{1}{T_{sr_1}} = \frac{1}{200} = 5 \cdot 10^{-3} \frac{1}{h}$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{T_{sr_2}} = \frac{1}{300} = \frac{10}{3} \cdot 10^{-3} \frac{1}{h}$$

Zamenom ovih vrednosti u dobijenoj relaciji za pouzdanost sistema, za pouzdanost sistema za 100 ~asova rada dobija se:

$$R_s(100) = 2e^{-\left(\frac{1}{200} + \frac{1}{300}\right)100} - e^{-2\left(\frac{1}{100} + \frac{1}{300}\right)100} = 2e^{-\frac{5}{6}} - e^{-\frac{5}{3}} = 0,8692 - 0,1889 \approx 0,68$$

b) S obzirom na to da je srednje vreme rada do otkaza sistema definisano relacijom:

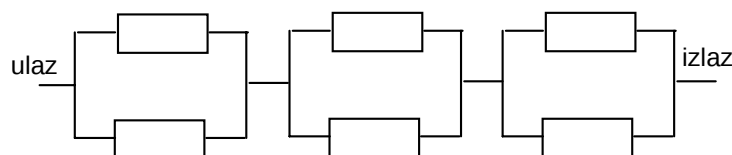
$$T_{sr_s} = \int_0^{\infty} R_s(t) dt$$

zamenom relacije za pouzdanost sistema i izra~unavanjem integrala i zamenom poznatih veli~ina u dobijenoj relaciji, dobija se:

$$T_{sr_s} = \frac{3 \cdot T_{sr_1} \cdot T_{sr_2}}{2 \cdot (T_{sr_1} + T_{sr_2})} = 180 \text{ h}$$

Zadatak 15. Odrediti

- pouzdanost sistema sa slike 15.1. za $t = 100 \text{ h}$, ako je intenzitet otkaza svakog od elemenata $\lambda = 10^{-5} \text{ h}^{-1}$,
- intenzitet otkaza sistema. Koliko iznosi intenzitet otkaza sistema posle $t = 100 \text{ h}$?



Slika 15.1.

Re{enje:

a) Pouzdanost sistema na slici 15.1 je:

$$R_s = [1 - (1 - R)^2]^3 = (2R - R^2)^3 = 8R^3 - 12R^4 + 6R^5 - R^6$$

odnosno

$$R_s = R^3(8 - 12R + 6R^2 - R^3)$$

Posle zamene izraza za pouzdanost elementa preko poznatog intenziteta otkaza, za pouzdanost sistema dobija se:

$$R_s = e^{-3\lambda t} (8 - 12e^{-\lambda t} + 6e^{-2\lambda t} - e^{-3\lambda t})$$

Na osnovu gornje relacije, za pouzdanost sistema za $t = 100$ h, dobija se:

$$R_s(100) = e^{-3 \cdot 10^{-5} \cdot 10^2} (8 - 12e^{-10^{-5} \cdot 10^2} + 6e^{-2 \cdot 10^{-5} \cdot 10^2} - e^{-3 \cdot 10^{-5} \cdot 10^2})$$

Nakon izra-unavanja dobijenog izraza, dobija se:

$$R_s(100h) = 0,9991$$

b) Da bi se odredio intenzitet otkaza sistema, treba po}i od poznate relacije:

$$\lambda_s(t) = -\frac{dR_s(t)}{dt} \cdot \frac{1}{R_s(t)}$$

Posle obavljenih matemati-kih operacija i sre|ivanja, dobija se:

$$\lambda_s(t) = 6\lambda \frac{4 - 8e^{-\lambda t} + 5e^{-2\lambda t} - e^{-3\lambda t}}{8 - 12e^{-\lambda t} + 6e^{-2\lambda t} - e^{-3\lambda t}}$$

Posle zamene vrednosti za intenzitet otkaza elementa, za intenzitet otkaza sistema za vreme rada $t = 100$ h dobija se:

$$\lambda_s(t = 100 \text{ h}) = 6 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{4 - 8e^{-10^{-5} \cdot 10^2} + 5e^{-2 \cdot 10^{-5} \cdot 10^2} - e^{-3 \cdot 10^{-5} \cdot 10^2}}{8 - 12e^{-10^{-5} \cdot 10^2} + 6e^{-2 \cdot 10^{-5} \cdot 10^2} - e^{-3 \cdot 10^{-5} \cdot 10^2}}$$

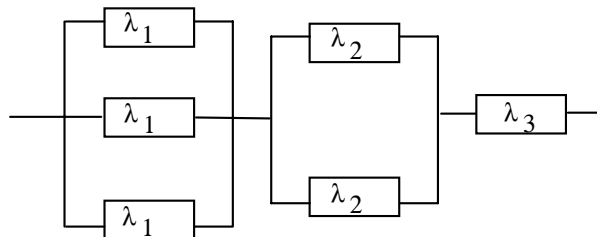
Nakon izra-unavanja, dobija se:

$$\lambda_s(100 \text{ h}) = 0,0097 \cdot 10^{-5} \text{ h}^{-1}$$

Zadatak 16. Za rezervirani ure|aj na slici 16.1, odrediti:

- srednje vreme bezotkaznog rada ure|aja i
- zavisnost intenziteta otkaza ure|aja od vremena u op{tem obliku, a zatim kvalitativno skicirati tok krive $\lambda_s(t)$.

Pretpostaviti da su otkazi pojedinih elemenata ure|aja me|usobno nezavisni doga|aji. Intenziteti otkaza pojedinih elemenata su: $\lambda_1 = 2\lambda_2 = \lambda_3 = 10^{-5} \text{ 1/h}$.



Slika 16.1.

Re{enje:

a) Pouzdanosti pojedinih elemenata ovog ure|aja date su relacijom:

$$R_i = R_{0i} e^{-\lambda_i \cdot t}$$

gde su $i = 1, 2, 3$, a $R_{0i} = 1$.

Srednje vreme rada do otkaza ure | aja je dato relacijom:

$$T_{sr_{ur}} = \int_0^{\infty} R_{s_{ur}}(t) dt$$

Pouzdanost ure | aja se odre | uje na poznat na~in:

$$R_{ur} = (3R_1 - 3R_1^2 + 3R_1^3) \cdot (2R_2 - R_2^2) \cdot R_3$$

Posle zamene relacije za pouzdanost pojedinih elemenata preko intenziteta otkaza elemenata, dobija se:

$$R_{ur} = 6e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)t} - 3e^{-(\lambda_1 + 2\lambda_2 + \lambda_3)t} - 6e^{-(2\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)t} + 3e^{-(2\lambda_1 + 2\lambda_2 + \lambda_3)t} + 2e^{-(3\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)t} - e^{-(3\lambda_1 + 2\lambda_2 + \lambda_3)t}$$

Ako se svi intenziteti otkaza izraze preko λ_3 , dobija se:

$$R_{ur}(t) = 6e^{-7\lambda_3 \cdot t} - 3e^{-9\lambda_3 \cdot t} - 6e^{-11\lambda_3 \cdot t} + 3e^{-13\lambda_3 \cdot t} + 2e^{-15\lambda_3 \cdot t} - e^{-17\lambda_3 \cdot t}$$

Srednje vreme rada do otkaza ovog rezerviranog ure | aja je:

$$T_{sr_{ur}} + \frac{1}{\lambda_3} \left(\frac{6}{7} - \frac{3}{9} - \frac{6}{11} + \frac{3}{13} + \frac{2}{15} - \frac{1}{17} \right) \approx 113600 \text{ h}$$

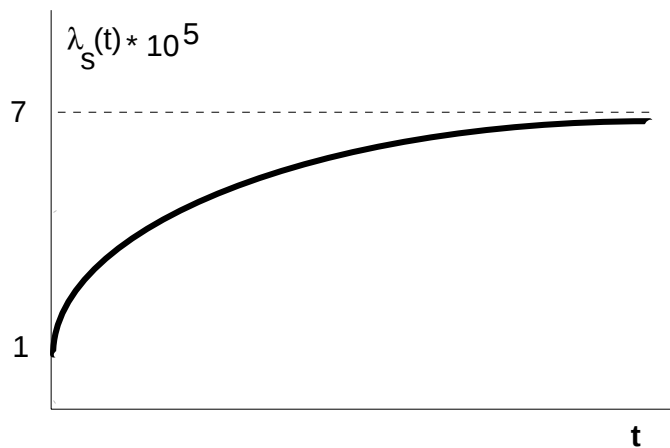
b) Zavisnost intenziteta otkaza ure | aja dobija se na poznat na~in:

$$\lambda_{ur} = -\frac{1}{R_{ur}} \cdot \frac{dR_{ur}}{dt}$$

odnosno

$$\lambda_{ur} = \frac{\lambda_3 (42e^{-7\lambda_3 \cdot t} - 27e^{-9\lambda_3 \cdot t} - 66e^{-11\lambda_3 \cdot t} + 39e^{-13\lambda_3 \cdot t} + 30e^{-15\lambda_3 \cdot t} - 17e^{-17\lambda_3 \cdot t})}{6e^{-7\lambda_3 \cdot t} - 3e^{-9\lambda_3 \cdot t} - 6e^{-11\lambda_3 \cdot t} + 3e^{-13\lambda_3 \cdot t} + 2e^{-15\lambda_3 \cdot t} - e^{-17\lambda_3 \cdot t}}$$

Kvalitativna zavisnost funkcije intenziteta otkaza ure | aja $\lambda_{ur}(t)$ ima izgled kao na slici 16.2.

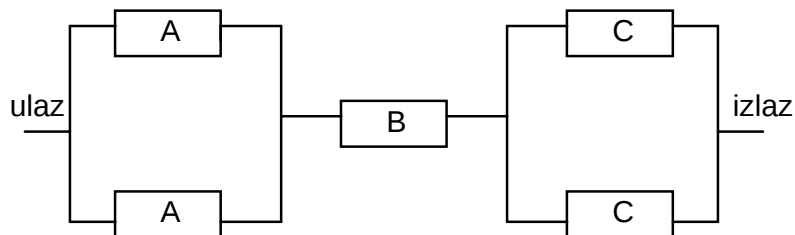


Slika 16.2.

Zadatak 17. Ako su poznati intenziteti otkaza elemenata koji su konstante, za sistem na slici 17.1, nađi:

- srednje vreme bezotkaznog rada,
- funkciju gustine raspodele vremena rada do otkaza i
- funkciju intenziteta otkaza i skicirati njenu zavisnost od vremena.

Intenziteti otkaza pojedinih elemenata su: $\lambda_A = 0,23 \cdot 10^{-3} \text{ h}^{-1}$; $\lambda_B = 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ h}^{-1}$; $\lambda_C = 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ h}^{-1}$.



Slika 17.1.

Re{enje:

a) Srednje vreme bezotkaznog rada mo`e se nađi kori{enjem relacije:

$$T_0 = \int_0^{\infty} R_s(t) dt$$

Pouzdanost sistema za slu~aj na slici 17.1. glasi:

$$R_s = [1 - (1 - R_A)^2] \cdot R_B \cdot [1 - (1 - R_C)^2]$$

odnosno

$$R_s = 4R_A R_B R_C - 2R_A R_B R_C^2 - 2R_A^2 R_B R_C + R_A^2 R_B R_C^2$$

a pouzdanost pojedinih elemenata data je izrazom:

$$R_i = e^{-\lambda_i \cdot t}, \text{ gde je } i = A, B \text{ i } C.$$

Zamenom poslednje relacije u relaciji za pouzdanost sistema, dobija se:

$$R_s = 4e^{-(\lambda_A + \lambda_B + \lambda_C)t} - 2e^{-(2\lambda_A + \lambda_B + \lambda_C)t} - 2e^{-(\lambda_A + \lambda_B + 2\lambda_C)t} + e^{-(2\lambda_A + \lambda_B + 2\lambda_C)t}$$

Ako se zameni dobijena relacija u relaciji za srednje vreme bezotkaznog rada, nakon re{avanja integrala, dobija se izraz za srednje vreme bezotkaznog rada sistema:

$$T_0 = \frac{4}{\lambda_A + \lambda_B + \lambda_C} - \frac{2}{2\lambda_A + \lambda_B + \lambda_C} - \frac{2}{\lambda_A + \lambda_B + 2\lambda_C} + \frac{1}{2\lambda_A + \lambda_B + 2\lambda_C}$$

Posle zamene vrednosti za intenzitete otkaza pojedinih elemenata, dobija se:

$$T_{Sr} = 2590 \text{ h}$$

b) Funkcija gustine raspodele vremena rada do otkaza mo`e se na}i kori{enjem relacije:

$$f_s(t) = -\frac{dR_s(t)}{dt}$$

odakle se dobija:

$$f_s(t) = 4(\lambda_A + \lambda_B + \lambda_C)e^{-(\lambda_A + \lambda_B + \lambda_C)t} - 2(\lambda_A + \lambda_B + 2\lambda_C)e^{-(\lambda_A + \lambda_B + 2\lambda_C)t} - 2(2\lambda_A + \lambda_B + \lambda_C)e^{-(2\lambda_A + \lambda_B + \lambda_C)t} + (2\lambda_A + \lambda_B + 2\lambda_C)e^{-(2\lambda_A + \lambda_B + 2\lambda_C)t}$$

c) Funkcija intenziteta otkaza mo`e se odrediti na osnovu relacija:

$$\lambda_s(t) = \frac{f_s(t)}{R_s(t)} \text{ ili } \lambda_s(t) = -\frac{dR_s(t)/dt}{R_s(t)}$$

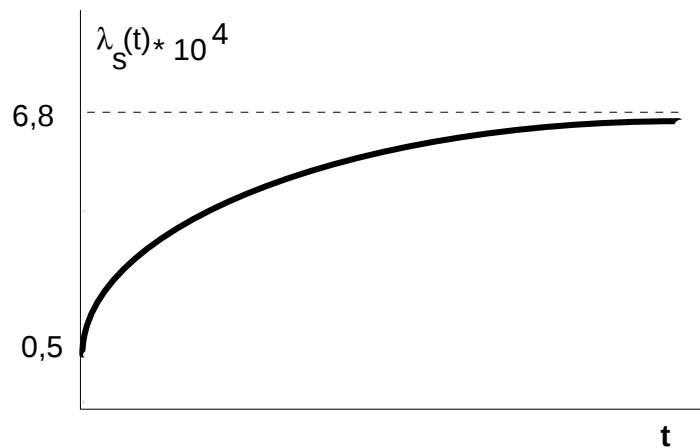
Analizom se utvr|uje da se $\lambda_s(t)$ kre}e od

$$\lambda_s(t) = \lambda_B = 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ h}^{-1} \quad \text{kada } t \rightarrow 0$$

do

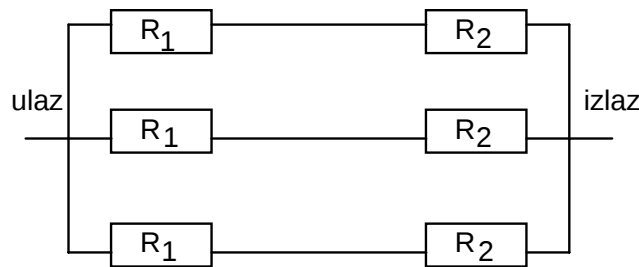
$$\lambda_s(t) = \lambda_A + \lambda_B + \lambda_C = 6,8 \cdot 10^{-4} \text{ h}^{-1} \quad \text{kada } t \rightarrow \infty.$$

Prema tome, kvalitativna zavisnost intenziteta otkaza celog sistema od vremena izgleda kao na slici 17.2.



Slika 17.2.

Zadatak 18. [ema sistema sa elementima, ~ije su pouzdanosti $R_1 = 0,95$ i $R_2 = 0,90$, data je na slici 18.1. Na}i pouzdanost sistema.



Slika 18.1.

Re{enje:

Sistem radi ispravno ako bar jedna od 3 grane radi ispravno. Pouzdanost jedne grane je:

$$R_I = R_1 \cdot R_2$$

Nepouzdanost jedne grane je:

$$Q_I = 1 - R_I = 1 - R_1 \cdot R_2$$

Nepouzdanost sistema (sa sve tri grane) glasi:

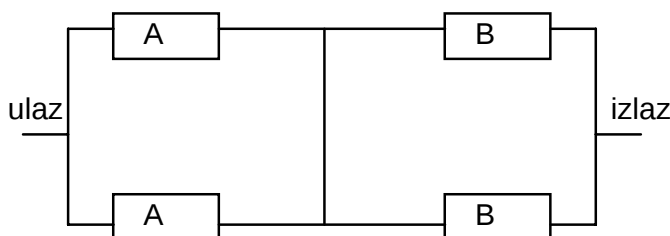
$$Q_s = Q_I Q_{II} Q_{III} = (1 - R_1 \cdot R_2)^3$$

Pouzdanost ovog sistema je:

$$R_s = 1 - Q_s = 1 - (1 - R_1 R_2)^3 = 1 - (1 - 0,95 \cdot 0,90)^3 = 0,997$$

Zadatak 19. Blok-dijagram pouzdanosti sistema sastavljenog od elemenata A i B, ~iji su intenziteti otkaza $\lambda_A = 0,3 \cdot 10^{-3}$ otkaza/~as i $\lambda_B = 0,7 \cdot 10^{-3}$ otkaza/~as, dat je na slici 19.1. Odrediti:

- verovatno}u ispravnog rada (pouzdanost) za vreme $t = 100$ ~asova,
- srednje vreme do otkaza,
- gustinu raspodele vremena rada do otkaza za 100 ~asova rada i
- intenzitet otkaza za 100 ~asova rada.



Slika 19.1.

Re{enje:

a) Pouzdanost sistema datog na slici 19.1. data je slede}im izrazom:

$$R_s(t) = \left\{ 1 - [1 - R_A(t)]^2 \right\} \cdot \left\{ 1 - [1 - R_B(t)]^2 \right\}$$

S obzirom na to da su poznati intenziteti otkaza elemenata, koji su konstantni, pouzdanost elemenata A i B data je izrazima:

$$R_A(t) = e^{-\lambda_A \cdot t}, \quad R_B(t) = e^{-\lambda_B \cdot t}$$

pa je pouzdanost rada sistema za vreme t :

$$R_s(t) = \left[1 - (1 - e^{-\lambda_A \cdot t})^2 \right] \cdot \left[1 - (1 - e^{-\lambda_B \cdot t})^2 \right]$$

Pouzdanost rada sistema za vreme od 100 ~asova iznosi $R_s(100) = 0,994$.

b) Kori{enjem relacije za srednje vreme izmedju otkaza dobija se:

$$T_0 = \frac{4}{\lambda_A + \lambda_B} - \frac{2}{\lambda_A + 2\lambda_B} - \frac{2}{2\lambda_A + \lambda_B} - \frac{1}{2(\lambda_A + \lambda_B)}$$

Posle zamene vrednosti za intenzitete otkaza dobija se za srednje vreme izmedju otkaza $T_0 = 1760$ ~asova.

c) Kori{enjem relacije za funkciju gustine vremena rada do otkaza dobija se:

$$f_s(t) = -\left[4(\lambda_A + \lambda_B)e^{-(\lambda_A + \lambda_B)t} + 2(\lambda_A + 2\lambda_B)e^{-(\lambda_A + 2\lambda_B)t} \right]$$

$$+2(2\lambda_A + \lambda_B)e^{-(2\lambda_A + \lambda_B)t} - 2(\lambda_A + \lambda_B)e^{-2(\lambda_A + \lambda_B)t}]$$

Posle zamene vrednosti dobija se $f(100) = 0,108 \cdot 10^{-3}$ otkaza/~as.

d) Vrednost intenziteta otkaza mo`e se na}i kori{}enjem relacije:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$$

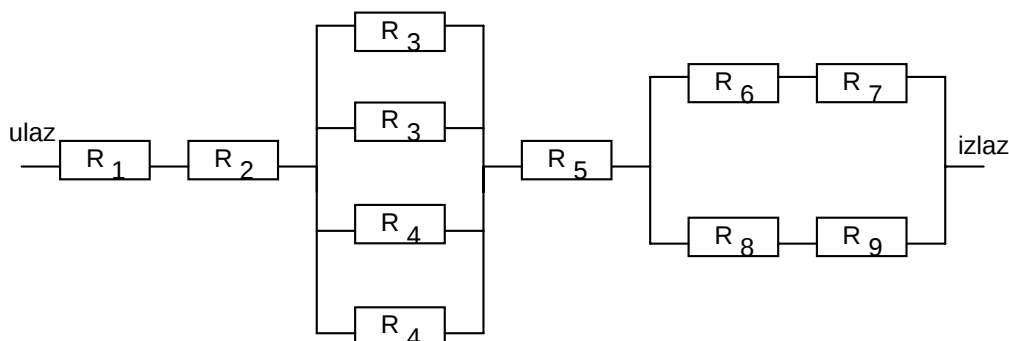
odakle se posle zamene nadjenih vrednosti, dobija $\lambda(100) \approx f(t) = 0,108 \cdot 10^{-3}$ otkaza/~as.

Zadatak 20. Nacrtati blok-dijagram (model) pouzdanosti slo`enog sistema, ~ija je pouzdanost data relacijom:

$$R_s = R_1 R_2 [1 - (1 - R_3)^2 (1 - R_4)^2] R_5 [1 - (1 - R_6 R_7)(1 - R_8 R_9)]$$

Re{enje:

Blok-dijagram pouzdanosti, koji odgovara sistemu ~ija je pouzdanost data relacijom u zadatku 20, dat je na slici 20.1.



Slika 20.1.

Zadatak 21. Za ispravno funkcionisanje pokretnog sistema protivvazdu{ne odbrane (PVO) potrebno je da ispravno rade:

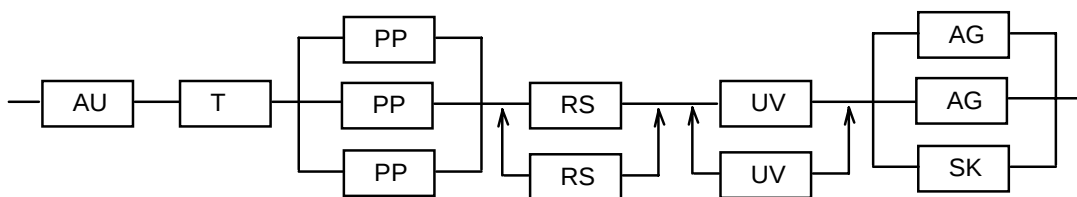
- antenski ure|aj (AU),
- talasovod (T),
- podsistem, koji ~ine tri primopredajnika (PP), od kojih treba ispravno da rade najmanje dva,
- podsistem od dva ra~unska sistema (RS), od kojih jedan predstavlja aktivnu rezervu,
- podsistem od dva aparata za upravljanje i vo|enje (UV), od kojih jedan predstavlja aktivnu rezervu,

- podsistem od dva agregata (AG) i spojke (SP) (za vezu sa gradskom mrežom) za napajanje sistema električnom energijom.

Nacrtati blok-dijagram pouzdanosti i odrediti pouzdanost ovog sistema za vreme rada od $t = 24$ h, ako su intenziteti otkaza elemenata po λ-asu: $\lambda_{AU} = 5,1 \cdot 10^{-6}$, $\lambda_T = 3,5 \cdot 10^{-4}$, $\lambda_{PP} = 4,2 \cdot 10^{-4}$, $\lambda_{RS} = 5,3 \cdot 10^{-6}$, $\lambda_{UV} = 5,3 \cdot 10^{-6}$, $\lambda_{AG} = 4,5 \cdot 10^{-3}$, $\lambda_{SP} = 2,5 \cdot 10^{-3}$.

Rešenje:

Blok-dijagram pouzdanosti opisanog sistema PVO prikazan je na slici 21.1.



Slika 21.1.

Radi lakšeg određivanja pouzdanosti, sistem se može posmatrati po podsistemima.

Pouzdanost podsistema koji obuhvata rednu vezu elemenata AU i T je

$$R_{AUT} = R_{AU} R_T = e^{-(\lambda_{AU} + \lambda_T)t} = e^{-(5,1 \cdot 10^{-6} + 3,5 \cdot 10^{-4})24} = 0,9915$$

Pouzdanost podsistema koji ima tri primopredajnika PP predstavlja pouzdanost prema modelu "r od n", a, s obzirom na to da je potrebno da od $n = 3$ bude ispravno najmanje $r = 2$ primopredajnika, određuje se preko sledeće relacije

$$R_{sPP} = \sum_{x=2}^3 \binom{3}{x} R_{PP}^x (1 - R_{PP})^{3-x}$$

odnosno

$$R_{sPP} = \frac{3!}{2!(3-2)!} (e^{-\lambda_{PP}t})^2 (1 - e^{-\lambda_{PP}t})^{3-2} + \frac{3!}{3!(3-3)!} (e^{-\lambda_{PP}t})^3 (1 - e^{-\lambda_{PP}t})^{3-3}$$

Posle zamene vrednosti dobija se

$$R_{sPP} = 3 \cdot \left(e^{-4,2 \cdot 10^{-4} \cdot 24} \right)^2 \left(1 - e^{-4,2 \cdot 10^{-4} \cdot 24} \right) + \left(e^{-4,2 \cdot 10^{-4} \cdot 24} \right)^3 = 0,99970$$

Pouzdanost podsistema sa elementima RS i UV predstavlja pouzdanost modela sa elementom u pripravnosti (pasivna rezerva) i određuje se relacijom

$$R = \sum_{i=0}^n \frac{(\lambda \cdot t)^i}{i!} e^{-\lambda \cdot t}$$

Pouzdanost podsistema sa elementima RS je

$$R_{sRS} = \frac{(\lambda_{RS} \cdot t)^0}{0!} e^{-\lambda_{RS} \cdot t} + \frac{(\lambda_{RS} \cdot t)^1}{1!} e^{-\lambda_{RS} \cdot t} = e^{-5,3 \cdot 10^{-6} \cdot 24} (1 + 5,3 \cdot 10^{-6} \cdot 24) \approx 1$$

Pouzdanost podsistemima sa elementima UV je ista kao pouzdanost podsistema sa elementima RS, jer je re~ o istom modelu istom broju elemenata i istoj pouzdanosti elemenata

$$R_{sUV} \approx 1$$

Pouzdanost podsistema sa elementima AG i SK je

$$R_{AGSK} = 1 - (1 - R_{AG})^2 (1 - R_{SK}) = 1 - (1 - e^{-\lambda_{AG} \cdot t})^2 (1 - e^{-\lambda_{SK} \cdot t})$$

odnosno posle zamene vrednosti

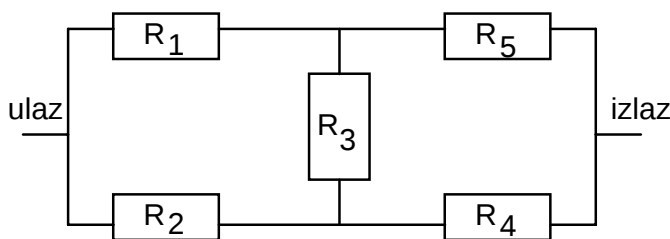
$$R_{AGSK} = 1 - (1 - e^{-4,5 \cdot 10^{-3} \cdot 24})^2 (1 - e^{-2,5 \cdot 10^{-3} \cdot 24}) = 0,9994$$

Kona~no pouzdanost posmatranog sistema PVO je

$$R_s = R_{AUT} \cdot R_{sPP} \cdot R_{sRS} \cdot R_{sUV} \cdot R_{AGSK} = 0,9915 \cdot 0,9997 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0,9994 = 0,99061$$

2.2.4. Specifi~ne veze elemenata

Zadatak 22. Odrediti izraz za pouzdanost sistema -iji je blok-dijagram pouzdanosti dat na slici 22.1. Element označen sa pouzdano{}u R_3 , pri ispravnom radu, omogućuje vezu u oba smera. Koliko iznosi pouzdanost sistema kada su pouzdanosti svih elemenata iste i iznose $R = 0,9$?



Slika 22.1.

Re{enje:

Ovaj zadatak je slu-aj koji ne spada ni u rednu, ni u paralelnu, ni u redno-paralelnu, odnosno paralelno-rednu konfiguraciju elemenata. Zadatak se mo`e rešiti na više na-ina.

l na~in:

Zadatak se mo`e re{iti polaze}i od formule za uslovnu (kondicionalnu) verovatno}u (Bays-ova formula). Po ovoj metodi odabere se pogodan element, tako da, kada se za taj element pretpostavi da je u jednom od dva mogu}a stanja (ispravan, otkazao), dolazi do rastavljanja blok-dijagrama pouzdanosti u neke od kombinovanih konfiguracija elemenata (koja se sastoji od rednih i paralelnih konfiguracija elemenata) pa se mo`e re{iti na ve} poznat na~in. Poznato je da je za nesaglasne događaje H_i ($i = 1, \dots, n$) verovatno}a da se desi događaj A , data relacijom:

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i)P(A / H_i)$$

gde su:

$P(A)$ - verovatnoća da se desi događaj A ,

$P(H_i)$ - verovatnoća da se desi događaj (hipoteza) H_i ,

$P(A/H_i)$ - verovatnoća da se desi događaj A ako se desio događaj H_i .

Međusobno isključivi događaji su H_i , pri čemu je

$$\sum_{i=1}^n P(H_i) = 1$$

S obzirom na to da se elementi mogu nalaziti samo u dva mogu}a stanja (ispravno i neispravno, tj. $n = 2$), ako se u konfiguraciji na slici 22.2. pretpostavi da se element, $\sim$ ija je pouzdanost R_3 , nalazi u ta dva mogu}a stanja, konfiguracija se rastavlja na dve konfiguracije koje predstavljaju redno-paralelnu, odnosno paralelno-rednu konfiguraciju

koje se re{avaju na ve} poznat na-in, a pouzdanost konfiguracije na slici 22.1, odnosno verovatno}u da se desi dogadjaj A - sistem radi ispravno, dobija se na osnovu izraza:

$$R_s = P(A) = \sum_{i=1}^2 P(H_i)P(A/H_i) = \sum_{i=1}^2 P_i(A)$$

odnosno:

$$R_s = P(H_1)P(A/H_1) + P(H_2)P(A/H_2) = P_1(A) + P_2(A)$$

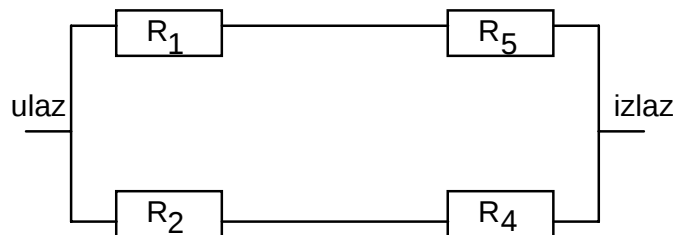
gde su:

- H_1 - dogadjaj da je elemenat sa pouzdano{}u R_3 otkazao (neispravan),
- H_2 - dogadjaj da je elemenat sa pouzdano{}u R_3 ispravan,
- $P(A/H_1)$ - pouzdanost sistema u slu~aju kada je elemenat sa pouzdano{}u R_3 otkazao,
- $P(A/H_2)$ - pouzdanost sistema u slu~aju kada je elemenat sa pouzdano{}u R_3 ispravan.

Verovatno}a da se desi dogadjaj kada je elemenat sa pouzdano{}u R_3 otkazao iznosi:

$$P(H_1) = 1 - R_3$$

Pouzdanost sistema u slu~aju kada je elemenat sa pouzdano{}u R_3 otkazao, odnosno $P(A/H_1)$, odredjuje se na osnovu konfiguracije elemenata na slici 22.2:



Slika 22.2.

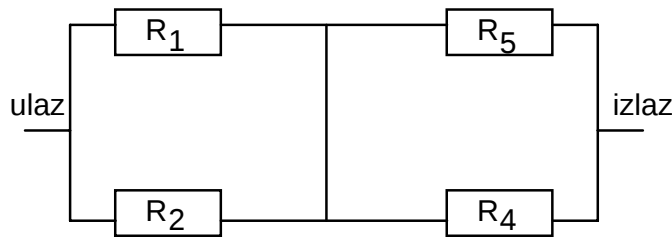
i iznosi:

$$P(A/H_1) = 1 - (1 - R_1 R_5)(1 - R_2 R_4)$$

Verovatno}a da se desi dogadjaj da je elemenat sa pouzdano{}u R_3 ispravan iznosi:

$$P(H_2) = R_3$$

Pouzdanost sistema u slu~aju kada je elemenat sa pouzdano{}u R_3 ispravan, odnosno $P(A/H_2)$, odredjuje se na osnovu konfiguracije elemenata na slici 22.3:



Slika 22.3.

i iznosi:

$$P(A/H_2) = [1 - (1 - R_1)(1 - R_2)][1 - (1 - R_5)(1 - R_4)]$$

Sada je

$$P_1(A) = (1 - R_3)[1 - (1 - R_1R_5)(1 - R_2R_4)] = 0,0964$$

$$P_2(A) = R_3[1 - (1 - R_1)(1 - R_2)][1 - (1 - R_5)(1 - R_4)] = 0,882$$

Konačno, posle zamene u polaznoj relaciji, za pouzdanost sistema se dobija:

$$R_s = (1 - R_3)[1 - (1 - R_1R_5)(1 - R_2R_4)] + R_3[1 - (1 - R_1)(1 - R_2)][1 - (1 - R_5)(1 - R_4)]$$

ili

$$R_s = P_1(A) + P_2(A)$$

Ako su pouzdanosti svih elemenata iste i iznose R, pouzdanost sistema je:

$$R_s = 2R^5 - 5R^4 + 2R^3 + 2R^2 = 0,978$$

ili

$$R_s = 0,0964 + 0,882 = 0,9784$$

II na~in:

Zadatak se mo`e re{iti i ovako:

- napi{u se sve mogu}e kombinacije elemenata (kao kod tabela istine u digitalnoj tehnici: "0" ozna~ava neispravno stanje elementa, "1" ozna~ava ispravno stanje elementa, broj kombinacija iznosi 2^n , gde je n - broj elemenata u sistemu); zatim
- izdvoje se sve kombinacije za koje sistem radi ispravno i ozna~e sa "1";
- napi{u se relacije za verovatno}u ispravnog rada sistema za te kombinacije; i
- sabiranjem prethodnih relacija (svih kombinacija ispravnog rada sistema) dobija se verovatno}a ispravnog rada, odnosno pouzdanost sistema.

Za slu~aj u zadatku, sve mogu}e kombinacije ("1" ozna~ava ispravan, a "0" neispravan rad elementa) i ozna~ene kombinacije ispravnog rada ("1") date su u tabeli 22.1:

Tabela 22.1.

R.br.	elem. 1	elem. 2	elem. 3	elem. 4	elem. 5	ISPR. RAD
1	0	0	0	0	0	
2	0	0	0	0	1	
3	0	0	0	1	0	
4	0	0	0	1	1	
5	0	0	1	0	0	
6	0	0	1	0	1	
7	0	0	1	1	0	
8	0	0	1	1	1	
9	0	1	0	0	0	
10	0	1	0	0	1	
11	0	1	0	1	0	1
12	0	1	0	1	1	1
13	0	1	1	0	0	
14	0	1	1	0	1	1
15	0	1	1	1	0	1
16	0	1	1	1	1	1
17	1	0	0	0	0	
18	1	0	0	0	1	1
19	1	0	0	1	0	
20	1	0	0	1	1	1
21	1	0	1	0	0	
22	1	0	1	0	1	1
23	1	0	1	1	0	1
24	1	0	1	1	1	1
25	1	1	0	0	0	
26	1	1	0	0	1	1
27	1	1	0	1	0	1
28	1	1	0	1	1	1
29	1	1	1	0	0	
30	1	1	1	0	1	1
31	1	1	1	1	0	1
32	1	1	1	1	1	1

Sabiranjem verovatno}a svih kombinacija ispravnog rada dobija se pouzdanost sistema:

$$R_S = (1 - R)^3 R^2 + (1 - R)^2 R^3 + (1 - R)^2 R^3 + (1 - R)^2 R^3 + (1 - R) R^4 + (1 - R)^3 R^2 + (1 - R)^2 R^3 + (1 - R)^2 R^3 + (1 - R)^2 R^3 + (1 - R)^2 R^3 + (1 - R) R^4 + (1 - R) R^4 + R^5 + (1 - R) R^4 + (1 - R) R^4$$

Sre|ivanjem se dobija

$$R_S = R^5 + 5 (1 - R) R^4 + 8 (1 - R)^2 R^3 + 2 (1 - R)^3 R^2$$

odnosno

$$R_S = 2R^5 - 5R^4 + 2R^3 + 2R^2$$

Očigledno da je i na ovaj način dobijen isti rezultat.

U tabeli su se mogle pisati samo kombinacije ispravnog rada, a ne sve moguće kombinacije, ali ih je potrebno pre toga izdvojiti bilo analizom rada (funkcionisanja) sistema bilo analizom svih kombinacija stanja elemenata. Treba napomenuti da je ovakav pristup praktično primenljiv samo za sisteme u kojima se elementi mogu nalaziti samo u dva stanja: ispravnom (u radu) i neispravnom (u otkazu). Međutim, ovaj pristup je pogodan za izradu programa na računaru za proračun pouzdanosti.

Zadatak 23. Odrediti srednje vreme rada do otkaza za sistem na slici 22.1, ako su intenziteti otkaza svih blokova jednaki i iznose $\lambda = 10^{-5}$ 1/h.

Rešenje:

$$T_{sr} = \int_0^{\infty} R_S(t) dt = \int_0^{\infty} (2R^5 - 5R^4 + 2R^3 + 2R^2) dt$$

Posle zamene izraza za pouzdanost jednog bloka preko poznatog intenziteta otkaza, dobija se

$$T_{sr} = \int_0^{\infty} (2e^{-5\lambda t} - 5e^{-4\lambda t} + 2e^{-3\lambda t} + 2e^{-2\lambda t}) dt$$

Nakon rešavanja integrala, dobija se

$$T_{sr} = \left(\frac{2}{5} - \frac{5}{4} + \frac{2}{3} + \frac{2}{2} \right) \cdot \frac{1}{\lambda}$$

Zamenom vrednosti za intenzitet otkaza dobija se:

$$T_{sr} = 81666,66 \text{ h}$$

Zadatak 24. Ispitati kada je pouzdanost sistema na slici 22.1. veća od pouzdanosti jednog bloka, ako su pouzdanosti svih blokova jednake.

Rezultat:

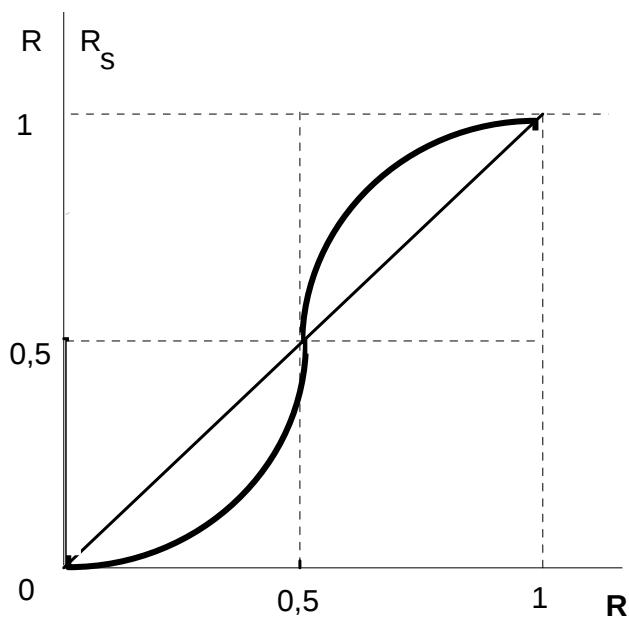
Pouzdanost sistema na slici 22.1. veća je od pouzdanosti jednog bloka (ako su pouzdanosti svih blokova jednake) kada je pouzdanost bloka $R \geq 0,5$, {to se očigledno vidi sa slike 24.1, gde je prikazan grafik zavisnosti pouzdanosti sistema od pouzdanosti jednog bloka, {to se može pokazati i na sledeći način:

$$2R^5 - 5R^4 + 2R^3 + 2R^2 \geq R$$

odnosno

$$2R^4 - 5R^3 + 2R^2 + 2R \geq 1$$

Lako je pokazati da je za pouzdanost jednog bloka $R = 0,5$ leva strana nejednakosti jednaka desnoj, tj. da je pouzdanost sistema jednaka pouzdanosti jednog bloka od koga se sastoji sistem.

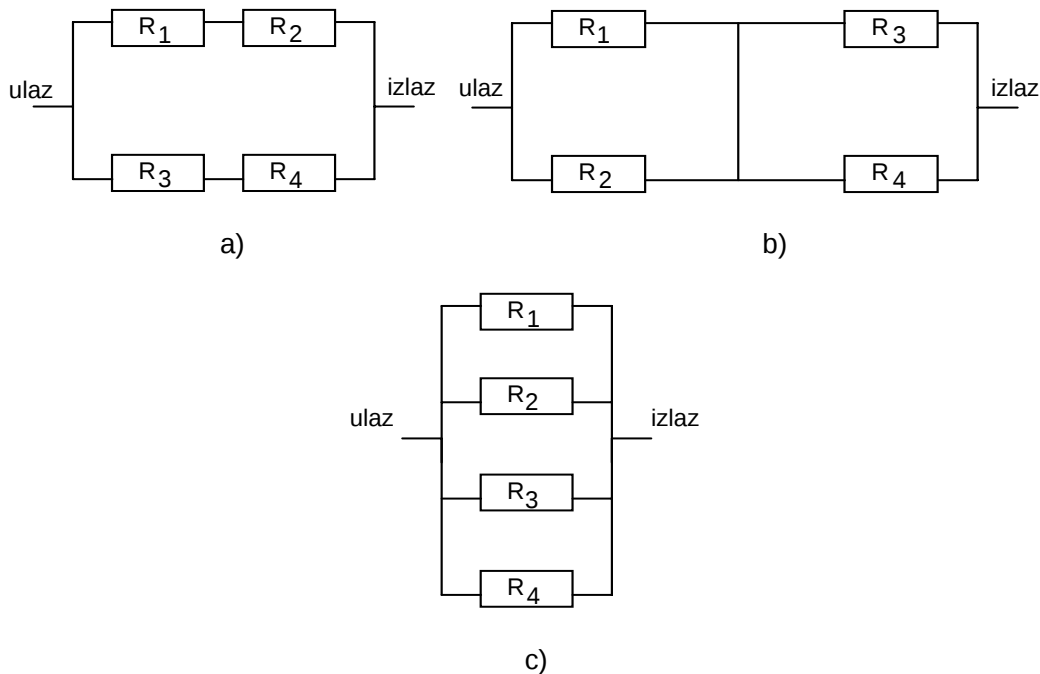


Slika 24.1.

2.4. REŠAVANJE AVANJE KOMPLEKSNIH PROBLEMA

Zadatak 81. Na slici 81.1.a, b i c data su tri modela pouzdanosti sistema sastavljenih od po četiri identična elementa.

- odrediti pouzdanost tih sistema i
- pokazati matematički koji je od tih sistema najpouzdaniji.



Slika 81.1.

Rešenje:

a) Pouzdanost sistema na slici 81.1a je:

$$R_A = 1 - (1 - R_1 R_2)(1 - R_3 R_4)$$

Pouzdanost sistema na slici 81.1b je:

$$R_B = [1 - (1 - R_1)(1 - R_2)][1 - (1 - R_3)(1 - R_4)]$$

Pouzdanost sistema na slici 81.1c je:

$$R_C = 1 - (1 - R_1)(1 - R_2)(1 - R_3)(1 - R_4)$$

Ako su elementi identični, pouzdanost je:

$$R_A = R^2(2 - R^2), R_B = R^2(2 - R)^2, R_C = R(4 - 6R + 4R^2 - R^3)$$

b) Da je $R_B > R_A$ može se pokazati na sledeći način:

$$R^2(2 - R)^2 > 1 - (1 - R^2)^2$$

Razvijanjem i sredjivanjem dobija se:

$$(R - 1)^2 > 0, \text{ pa je dokaz oigledan.}$$

Može se, takođe, pokazati da je $R_C > R_B$ na sledeći način:

$$1 - (1 - R_1)^4 > [1 - (1 - R)^2]^2$$

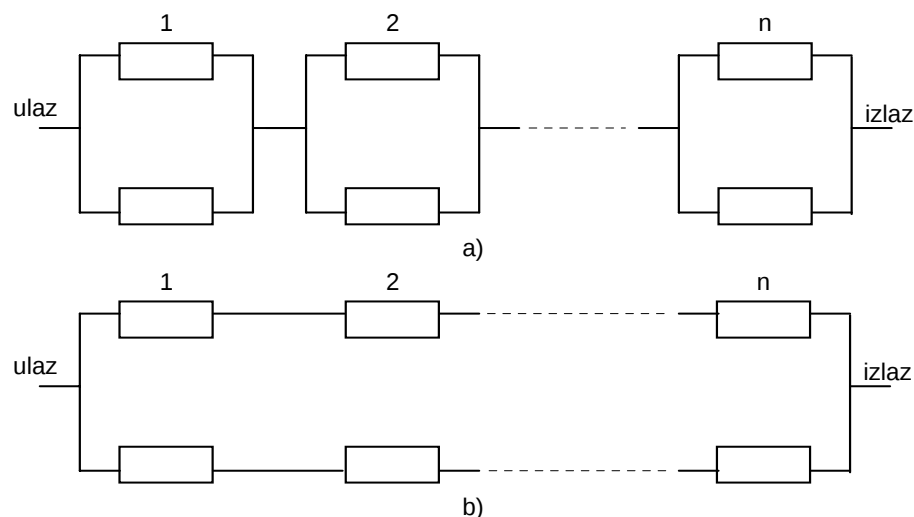
Razvijanjem i sredjivanjem dobija se:

$$(1 - R)^2 > -1 \Rightarrow 1 + (1 - R)^2 > 0,$$

pa je dokaz, takođe, oigledan.

Prema tome, sistem na slici 81.1c je najpouzdaniji, zatim sistem na slici 81.1b, a zatim na slici 81.1a.

Zadatak 82. Sistem se sastoji od n identičnih, u smislu pouzdanosti, redno vezanih elemenata, svaki pouzdanosti R . Kako u takvom sistemu otkaz jednog elementa dovodi do otkaza celog sistema, izvršeno je pasivno rezerviranje sistema sa još n istih elemenata. Svi elementi su u istom režimu rada. Pokazati koji način rezerviranja na slici 82.1a i b daje veću pouzdanost.



Slika 82.1

Rešenje:

Pouzdanost nerezerviranog sistema od n identičnih, u smislu pouzdanosti redno vezanih elemenata, data je relacijom:

$$R_s = \prod_{i=1}^n R_i = R^n$$

Pouzdanost sistema sa slike 55.a je

$$R_{s_a} = [1 - (1 - R)^2]^n = (2R - R^2)^n = R^n (2 - R^n)$$

a sa slike 55.b je

$$R_{s_b} = 1 - (1 - R^n)^2 = 2R^n - R^{2n} = R^n (2 - R^n)$$

Da bi se pokazalo koji rezervirani sistem ima veću pouzdanost, može se poći od pretpostavke da je

$$R_{s_a} > R_{s_b} \text{ odnosno } (2-R)^n > 2-R^n$$

i pokazati da li pretpostavljena nejednakost važi. Polazeći od činjenice da je

$$0 \leq R \leq 1$$

i uvodeći smenu $q=1-R$, pri čemu je očigledno da je, takođe,

$$0 \leq q \leq 1$$

sledi da je

$$[1 + (1 - R)]^n > 2 - (1 - q)^n$$

odnosno

$$(1 + q)^n + (1 - q)^n > 2$$

Posle razvoja po binomnom obrazcu, dobija se:

$$\left[1 + \binom{n}{1}q + \binom{n}{2}q^2 + \binom{n}{3}q^3 + \dots \right] + \left[1 - \binom{n}{1}q + \binom{n}{2}q^2 - \binom{n}{3}q^3 + \dots \right] > 2$$

odnosno

$$\left[1 + nq + \frac{n(n-1)}{2}q^2 + \dots \right] + \left[1 - nq + \frac{n(n-1)}{2}q^2 - \dots \right] > 2$$

Posle sređivanja dobija se:

$$2 + n(n-1)q^2 + \dots > 2$$

odakle se zaključuje da je ispravno pretpostavljena nejednakost, odnosno da nerezervirani sistem na slici 88.2a daje veću pouzdanost.

Zadatak 56. Odrediti srednje vreme do otkaza neopracljivog sistema sa opterećenom rezervom, ako su intenziteti otkaza osnovnog i rezervnog elementa jednaki i iznose $\lambda_0 = 10^{-3}$ 1/h. Sistem radi u ciklusima od po 10 sati, pri čemu se pre svakog ciklusa rada potpuno proverava radna sposobnost sistema.

Rešenje:

Potpuna provera radne sposobnosti sistema ne menja intenzitet otkaza sistema $\lambda_s(t)$. Zbog toga se srednje vreme rada do otkaza određuje relacijom:

$$T_{0_{rez}} = \int_0^{\infty} R_{rez}(t) dt$$

Posle zamene izraza za pouzdanost datog rezerviranog sistema u gornjoj relaciji, dobija se:

$$T_{0_{rez}} = \frac{3}{2\lambda_0}$$

Odakle se, posle zamene vrednosti za intenzitet otkaza, za srednje vreme do otkaza dobija $T_{0_{rez}} = 1500$ h.

Zadatak 83. Odrediti verovatnoću otkaza u toku 1000 h rada kola od tri paralelno vezana snaga otpornika. Poznat je intenzitet otkaza (pregorevanja) otpornika $\lambda_0 = 10^{-5}$ 1/h. Dozvoljena promena otpornosti kola je najviše $\pm 30\%$.

Rešenje:

Pri pregorevanju bilo kog od tri otpornika, otpornost kola se menja za više od 30%, pa, prema tome, u skladu sa uslovom zadatka, dolazi do otkaza kola. Zbog toga se ovo kolo u smislu pouzdanosti prikazuje rednim modelom (ne treba brkati električnu vezu kola sa modelom kola u smislu pouzdanosti). Prema tome, verovatnoća ispravnog rada ove veze otpornika u toku 1000 h rada data je relacijom:

$$R_s(1000) = [R(1000)]^3 = e^{-\lambda_0 \cdot 3 \cdot 10^3} \approx 0,97$$

a verovatnoća otkaza kola je:

$$Q_s(1000) = 1 - R_s(1000) = 0,03.$$

Zadatak 84. U projektu jednog pojačavača zadata je verovatnoća bezotkaznog rada u toku $t_1 = 2000$ h, koja iznosi $R_p(t_1) = 0,98$. Pojačavač se sastoji od tri kaskade iste pouzdanosti. Treba odrediti graničnu dozvoljenu vrednost intenziteta otkaza jedne kaskade (λ_{kask}), uz pretpostavku eksponencijalne raspodele vremena rada do otkaza svake kaskade.

Rešenje:

Zbog toga što su kaskade jednake pouzdanosti, verovatnoća ispravnog rada pojačavača određuje se relacijom:

$$R_p(t) = [R_{kask}(t)]^3$$

S obzirom na to da važi eksponencijalna raspodela vremena rada do otkaza za svaku kaskadu, intenzitet otkaza pojačavača dobija se relacijom:

$$\lambda_p = 3 \cdot \lambda_{kask}$$

U odnosu na uslov zadatka, može se pisati:

$$R_p(t_1) \approx 1 - \lambda_p \cdot t_1 = 0,98$$

odakle je

$$\lambda_p = \frac{1 - 0,98}{2000} = 10^{-5} \text{ 1/h}$$

Za jednu kaskadu pojačavača intenzitet otkaza treba da je:

$$\lambda_{kask} \leq \frac{10^{-5}}{3} = 3,3 \cdot 10^{-6} \text{ 1/h}$$

Zadatak 85. Pojačavač - pretvarač automatskog sistema upravljanja sastoji se iz dva sklopa, od kojih jedan sadrži šest, a drugi četiri elementa iste pouzdanosti, za koje važi eksponencijalna raspodela vremena rada do otkaza. Odrediti koliko treba da iznosi verovatnoća ispravnog rada svakog sklopa, tako da verovatnoća ispravnog rada pojačavača - pretvarača u toku vremena rada $t_i = 100$ h ne bude manja od $R_p(t_i) = 0,85$.

Rešenje:

Ukupan broj elemenata koji se nalaze u oba sklopa je:

$$n = n_1 + n_2 = 6 + 4 = 10$$

Pri eksponencijalnoj raspodeli vremena rada do otkaza, verovatnoća ispravnog rada pojačavača - pretvarača koji se sastoji od n elemenata iste pouzdanosti, je

$$R_p(t_i) = e^{-n \cdot \lambda \cdot t_i}$$

gde je λ - intenzitet otkaza jednog elementa.

Odavde je:

$$\lambda = -\frac{\ln R_p(t_i)}{n \cdot t_i} = -\frac{\ln 0,85}{10 \cdot 100} = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ 1/h}$$

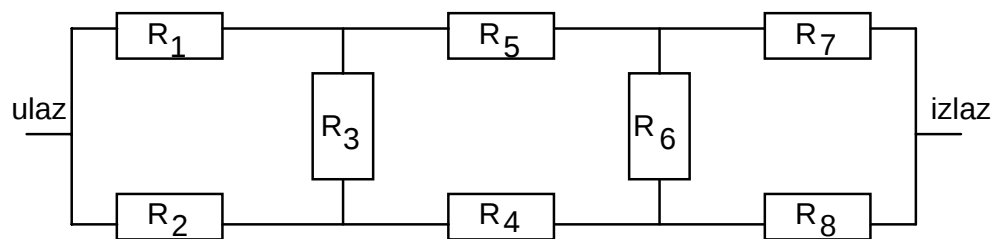
Verovatnoća ispravnog rada prvog sklopa pojačavača - pretvarača treba da je:

$$R_1(t_i) = e^{-n_1 \cdot \lambda \cdot t_i} \approx 1 - n_1 \cdot \lambda \cdot t_i = 1 - 1,6 \cdot 10^{-4} \cdot 6 \cdot 100 \approx 0,9$$

a drugog sklopa

$$R_2(t_i) = e^{-n_2 \cdot \lambda \cdot t_i} \approx 1 - n_2 \cdot \lambda \cdot t_i = 1 - 1,6 \cdot 10^{-4} \cdot 4 \cdot 100 \approx 0,94$$

Zadatak 86. Odrediti izraz za pouzdanost i srednje vreme rada do otkaza sistema čiji je blok- dijagram pouzdanosti dat na slici 86.1. Elementi označeni sa pouzdanošću R_3 i R_6 , pri ispravnom radu, omogućuju vezu u oba smera. Odrediti izraz za pouzdanost i izračunati srednje vreme rada do otkaza sistema kada su intenziteti otkaza svih elemenata isti i iznose $\lambda = 10^{-6} \text{ h}^{-1}$.



Slika 86.1.

Rezultat:

Na osnovu formule uslovne verovatnoće, kao u zadatku 22, dolazi se do sledećeg rezultata za pouzdanost ovakvog sistema

$$R_s = R_3[R_6 R_I + (1 - R_6) R_{II}] + (1 - R_3)[R_6 R_{III} + (1 - R_6) R_{IV}]$$

gde su:

- R_I - pouzdanost sistema u slučaju kada su R_3 i R_6 ispravni,
- R_{II} - pouzdanost sistema u slučaju kada je R_3 ispravan, a R_6 neispravan,
- R_{III} - pouzdanost sistema u slučaju kada je R_3 neispravan, a R_6 ispravan,
- R_{IV} - pouzdanost sistema u slučaju kada su R_3 i R_6 neispravni.

Posle određivanja ovih pouzdanosti i zamene u gornjoj relaciji, dobija se

$$\begin{aligned}
 R_s = & R_3 \{ R_6 [1 - (1 - R_1)(1 - R_2)] [1 - (1 - R_5)(1 - R_4)] [1 - (1 - R_7)(1 - R_8)] + \\
 & + (1 - R_6) [1 - (1 - R_1)(1 - R_2)] [1 - (1 - R_5 R_7)(1 - R_4 R_8)] \} + \\
 & + (1 - R_3) \{ R_6 [1 - (1 - R_1 R_5)(1 - R_2 R_4)] [1 - (1 - R_7)(1 - R_8)] + \\
 & + (1 - R_6) [1 - (1 - R_1 R_5 R_7)(1 - R_2 R_4 R_8)] \}
 \end{aligned}$$

Kada su svi elementi iste pouzdanosti R , za pouzdanost sistema se dobija

$$R_s = -4R^8 + 14R^7 - 13R^6 - 2R^5 + 4R^4 + 2R^3$$

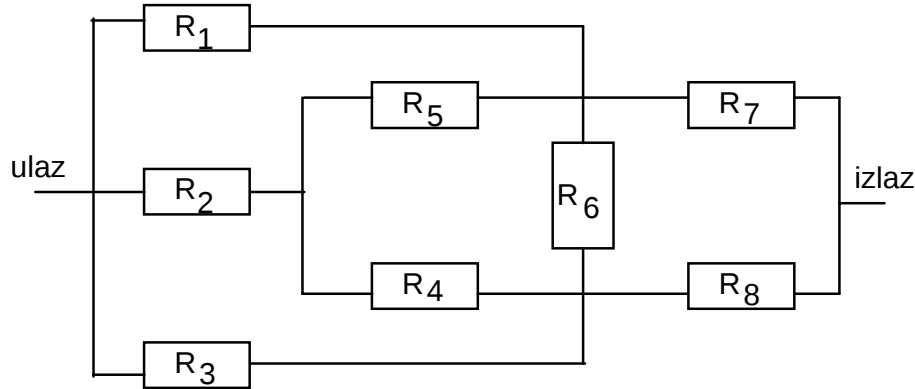
gde je

$$R = e^{-\lambda t} e^{-10^{-6} t}$$

Za srednje vreme rada do otkaza sistema, dobija se

$$T_{sr} = -\frac{4}{8\lambda} + \frac{14}{7\lambda} - \frac{13}{6\lambda} - \frac{2}{5\lambda} + \frac{4}{4\lambda} + \frac{2}{3\lambda} = \frac{9}{15\lambda} = 0,6 \cdot 10^6 \text{ h}$$

Zadatak 87. Odrediti izraz za pouzdanost sistema ~iji je blok-dijagram pouzdanosti prikazan na slici 87.1. Element ozna-en sa pouzdano{}u R_6 , pri ispravnom radu, omogu}uje vezu u oba smeru. Koliko iznose pouzdanost i srednje vreme rada do otkaza sistema sistema kada su intenziteti otkaza svih elemenata isti i iznose $\lambda=10^{-6} \text{ h}^{-1}$.



Slika 87.1.

Rezultat:

Sli-nim postupkom, kao u zadatku 86, dolazi se do slede}eg rezultata za pouzdanost ovakvog sistema

$$R_s = R_2 [R_6 R_I + (1 - R_6) R_{II}] + (1 - R_2) [R_6 R_{III} + (1 - R_6) R_{IV}]$$

gde su:

R_I - pouzdanost sistema u slu-aju kada su R_2 i R_6 ispravni,

R_{II} - pouzdanost sistema u slu-aju kada je R_2 ispravan, a R_6 neispravan,

R_{III} - pouzdanost sistema u slu~aju kada je R_2 neispravan, a R_6 ispravan,

R_{IV} - pouzdanost sistema u slu~aju kada su R_2 i R_6 neispravni.

Posle odre|ivanja ovih pouzdanosti i zamene u gornjoj relaciji, za pouzdanost sistema, kada su pouzdanosti svih elemenata iste, dobija se

$$R_s = 4R^8 - 19R^7 + 32R^6 - 19R^5 - 3R^4 + 4R^3 + 2R^2$$

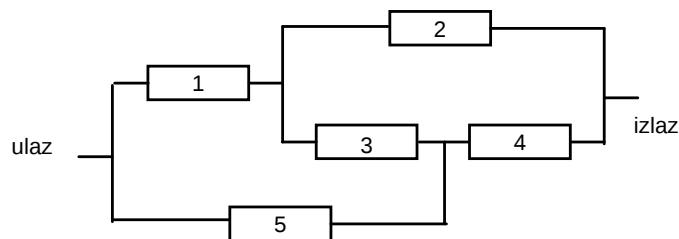
gde je

$$R = e^{-10^{-6} \cdot t}$$

Za srednje vreme rada do otkaza, dobija se

$$T_{sr} = \frac{4}{8\lambda} - \frac{19}{7\lambda} + \frac{32}{6\lambda} - \frac{19}{5\lambda} - \frac{3}{4\lambda} + \frac{4}{3\lambda} + \frac{2}{2\lambda} = 902367 \text{ h}$$

Zadatak 88. Odrediti pouzdanost sistema na slici 88.1. Pouzdanosti elemenata sistema su: $R_1=R_2=R_3=R_4=R_5=R=0,90$. Vreme rada elemenata sistema jednako je vremenu rada sistema.



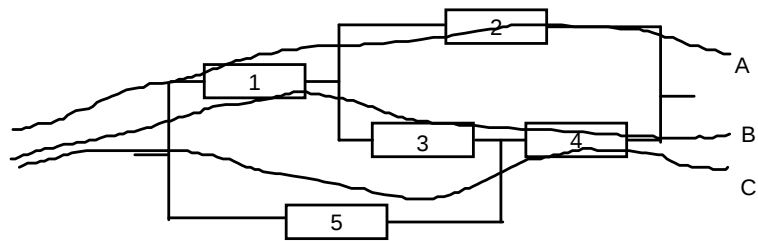
Slika 88.1.

Re{enje:

I ovaj zadatak, kao i zadatak 22, mo`e se re{iti na vi{e na~ina: prvi na~in je primenom preseka i unije doga|aja (koji se mo`e primeniti i na zadatak 22, ali nije tamo ilustrovan), a drugi na~in je formiranjem kombinacione tabele i izdvajanjem onih kombinacija koje daju ispravan rad sistema, te sabiranjem verovatno}a da se te kombinacije mogu dogoditi (kao i u zadatku 22).

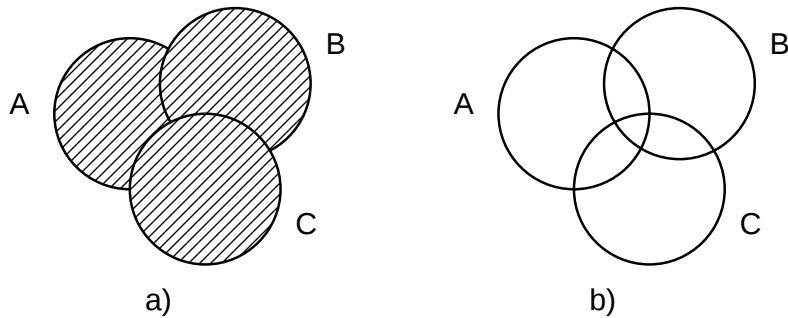
I na~in

Pouzdanost datog sistema se najjednostavnije odre|uje preko preseka i unije doga|aja. Postoje tri grane u sistemu po kojima on mo`e da funkcioni{e, ako su ispravni svi elementi u bilo kojoj (najmanje jednoj) od grana. Drugim re~ima, grane predstavljaju doga|aje koji zna~e da su ispravni svi elementi koji ~ine granu. Na slici 88.2 su te grane krivim linijama ozna~ene i slovima A, B i C obele`ene.



Slika 88.2.

Događaji A, B i C mogu se predstaviti na sledeći način (slika 88.3):



Slika 88.3.

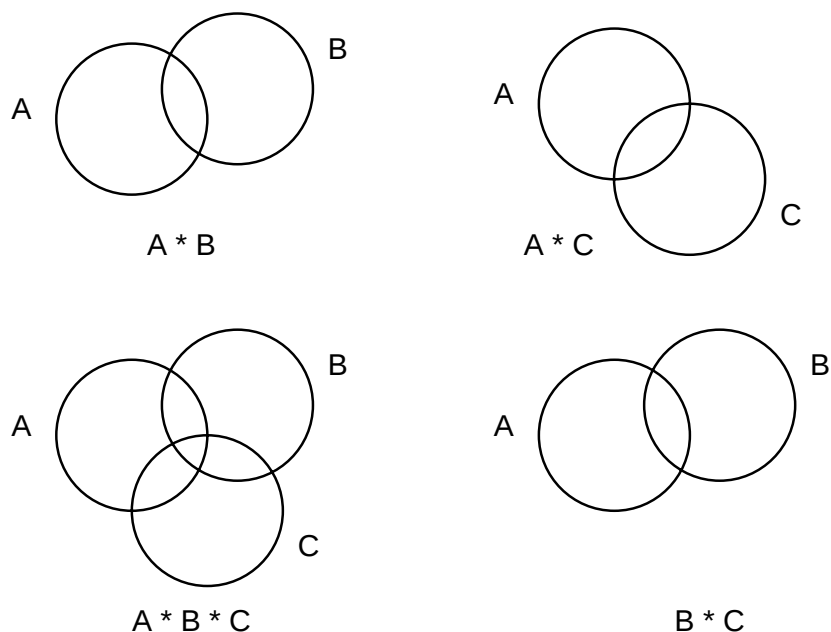
Površina koju zahvataju sva tri kruga predstavlja uniju događaja A, B i C, odnosno događaj da je sistem ispravan S

$$S = A \cup B \cup C$$

što se može pisati u obliku:

$$S = A + B + C - A \cdot B - A \cdot C - B \cdot C + A \cdot B \cdot C$$

gde članovi sa negativnim predznakom predstavljaju preseke mogućih parova događaja, odnosno površine koje su uzete dva puta, jer su istovremeno deo i jednog i drugog događaja, slika 88.3b). Poslednji član u prethodnom izrazu (ABC) predstavlja presek sva tri događaja i dodaje se kao površina koja je u prethodnim negativnim članovima oduzeta tri puta, a deo je ukupne površine (na slici 88.3a) i sadrži se u uniji događaja A, B i C, što je posebno prikazano na slici 88.4.



Slika 88.4

Događaji/grane A, B i C mogu se predstaviti kao preseci događaja koji označavaju ispravan rad elemenata (redno vezanih) u njima

$$A = D_1 \cap D_2 = D_1 \cdot D_2$$

$$B = D_1 \cap D_3 \cap D_4 = D_1 \cdot D_3 \cdot D_4$$

$$C = D_5 \cap D_4 = D_5 \cdot D_4 = D_4 \cdot D_5$$

Ako se umesto događaja uzmu njihove verovatnoće, odnosno pouzdanosti elemenata/grana (što predstavlja verovatnoću ispravnog rada elementa/grane), dobija se sledeći izraz za pouzdanost sistema

$$\begin{aligned} R_s = & R_1 R_2 + R_1 R_3 R_4 + R_5 R_4 - \\ & - R_1 R_2 R_3 R_4 - R_1 R_2 R_5 R_4 - \\ & - R_1 R_3 R_4 R_5 + R_1 R_2 R_3 R_4 R_5 \end{aligned}$$

U slučaju kada je $R_1=R_2=R_3=R_4=R_5=R$, dobija se

$$R_s = R^2 + R^3 + R^2 - R^4 - R^4 - R^4 + R^5$$

odnosno posle sređivanja

$$R_s = R^5 - 3R^4 + R^3 + 2R^2$$

Posle zamene vrednosti za pouzdanost elemenata, za pouzdanost sistema se dobija

$$R_s = 0,9712$$

II na~in

Prvo se napravi kombinaciona tabela, kao u zadatku 22, a zatim u tabeli izdvoje kombinacije ispravnog rada elemenata koje daju ispravan rad sistema. To je prikazano u tabeli 62.

Tabela 62.

R.br.	elem. 1	elem. 2	elem. 3	elem. 4	elem. 5	ISPR. RAD
1	0	0	0	0	0	
2	0	0	0	0	1	
3	0	0	0	1	0	
4	0	0	0	1	1	1
5	0	0	1	0	0	
6	0	0	1	0	1	
7	0	0	1	1	0	
8	0	0	1	1	1	1
9	0	1	0	0	0	
10	0	1	0	0	1	
11	0	1	0	1	0	
12	0	1	0	1	1	1
13	0	1	1	0	0	
14	0	1	1	0	1	
15	0	1	1	1	0	
16	0	1	1	1	1	1
17	1	0	0	0	0	
18	1	0	0	0	1	
19	1	0	0	1	0	
20	1	0	0	1	1	1
21	1	0	1	0	0	
22	1	0	1	0	1	
23	1	0	1	1	0	1
24	1	0	1	1	1	1
25	1	1	0	0	0	1
26	1	1	0	0	1	1
27	1	1	0	1	0	1
28	1	1	0	1	1	1
29	1	1	1	0	0	1
30	1	1	1	0	1	1
31	1	1	1	1	0	1
32	1	1	1	1	1	1

Pouzdanost sistema dobija se sabiranjem verovatno}a da mogu se dogoditi kombinacije koje daju ispravan rad sistema, odnosno

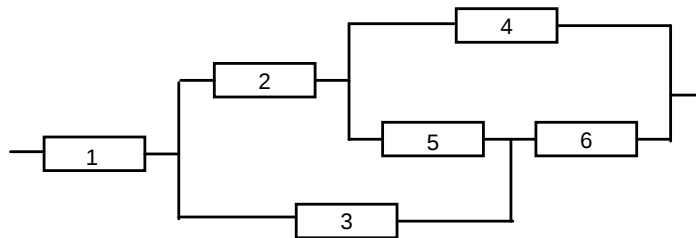
$$\begin{aligned}
 R_s = & (1-R_1)(1-R_2)(1-R_3)R_4R_5 + (1-R_1)(1-R_2)R_3R_4R_5 + (1-R_1)R_2(1-R_3)R_4R_5 + (1-R_1)R_2R_3R_4R_5 + \\
 & + R_1(1-R_2)(1-R_3)R_4R_5 + R_1(1-R_2)R_3R_4(1-R_5) + R_1(1-R_2)R_3R_4R_5 + R_1R_2(1-R_3)(1-R_4)(1-R_5) + \\
 & + R_1R_2(1-R_3)(1-R_4)R_5 + R_1R_2(1-R_3)R_4(1-R_5) + R_1R_2(1-R_3)R_4R_5 + R_1R_2R_3(1-R_4)(1-R_5) + \\
 & + R_1R_2R_3(1-R_4)R_5 + R_1R_2R_3R_4(1-R_5) + R_1R_2R_3R_4R_5
 \end{aligned}$$

Posle sre|ivanja i uzimanja da je $R_1=R_2=R_3=R_4=R_5=R$, dobija se

$$R_s = R^5 - 3R^4 + R^3 + 2R^2$$

{to je isti rezultat kao {to je dobijen i prvim na~inom.

Zadatak 89. Odrediti pouzdanost sistema na slici 89.1. Pouzdanosti elemenata sistema su: $R_1=0,9$, $R_2=0,85$, $R_3=0,8$, $R_4=0,75$, $R_5=0,95$, $R_6=0,7$. Vreme rada elemenata sistema je jednako vremenu rada sistema.



Slika 89.1.

Rezultat:

Na sli~an na~in kao u prethodnom zadatku, za pouzdanost sistema se dobija

$$\begin{aligned}
 R_s = & R_1R_2R_4 + R_1R_2R_5R_6 + R_1R_3R_6 - \\
 & - R_1R_2R_4R_5R_6 - R_1R_2R_4R_3R_6 - \\
 & - R_1R_2R_5R_6R_3 + R_1R_2R_3R_4R_5R_6
 \end{aligned}$$

odnosno

$$R_s = 0,8429$$

Zadatak 90. Odrediti kada paralelna i redna veza dve diode, dva releja sa kontaktima i dva kondenzatora daju pove|anje pouzdanosti u pore|enju sa jednim elementom. Pretpostaviti da su otkazi nezavisni i da je svejedno da li radi jedan ili rade oba elementa, uz uslov da sklop vr{i predvi|enu funkciju.

Rezultat: Pri paralelnoj vezi ako je $p_0 > 0,5$, a pri rednoj vezi ako je $p_s > 0,5$, gde je p_0 verovatno}a otkaza prekidom, a p_s verovatno}a otkaza probojem (kratkim spojem), ako je nastupio otkaz.

LITERTURA

1. Vujanović N.: Teorija pouzdanosti tehničkih sistema, Vojnoizdavački i novinski centar, Beograd, 1990.
2. Todorović J., Vasić B.: Teorija efektivnosti, rešeni ispitni zadaci, Mašinski fakultet, Beograd, 1994.
3. Družinin, G. V.: Teorija nadežnosti radioelektronih sistem, Energija, Moskva, 1976.
4. Družinin, G. V.: Nadežnost avtomatizirovannih proizvodstvenih sistem, Energoatomizdat, Moskva, 1986.
5. Ivanović G., Stanivuković D.: Pouzdanost, analiza i projektovanje, SSNO - TU, 1988.
6. Stojiljković M., Vukadinović S.: Operaciona istraživanja, Vojnoizdavački zavod, Beograd, 1984.
7. Petrić J., Jeftić M., Stojanović V.: Analiza pouzdanosti, Savremena administracija, Beograd, 1979.
8. Jastrebeneckij M. A., Ivanova G. M.: Nadežnost avtomatizirovannih sistem upravljenja tehnologičeskimi procesami, Energoatomizdat, Moskva, 1989.
9. Zelenović D., Todorović J.: Efektivnost sistema u mašinstvu, Naučna knjiga, Beograd, 1990.
10. Tjapkin D. i drugi: Elementi elektronskih uređaja, Beograd, 1987.
11. JUS N.No.021, 1971.: Nazivi i definicije osnovnih pojmova za pouzdanost elektronskih uređaja i njihovih sastavnih delova.
12. MIL-HDBK-217D, Reliability Prediction Of Electronic Equipment, DoD, USA 1982.
13. Pokorni S.: Pristup određivanju pouzdanosti elektronskih uređaja u uslovima eksploatacije vazduhoplova (magistarski rad), Elektrotehnički fakultet, Sarajevo, 1985.
14. Pokorni S.: Metodologija određivanja pouzdanosti elektronskih uređaja na vazduhoplovima, ETAN, Bled, 1987.
15. Parčina N., Ramović R.: Određivanje pokazatelja pouzdanosti blokova avionskog radio-kompasa, SYMOPIS, Kotor, 1994.
16. Bronštejn I.N., Semendjajev K.A.: Spravočnik po matematike dlja inženjerov i učašćihsja VTUZOV, Gosudarstvenoe izdateljstvo fiziko-matematičeskoj literaturi, Moskva, 1962.